

Institut royal des Sciences  
naturelles de Belgique

Koninklijk Belgisch Instituut  
voor Natuurwetenschappen

BULLETIN

MEDEDELINGEN

Tome XXXIII, n° 37  
Bruxelles, août 1957.

Deel XXXIII, n° 37  
Brussel, augustus 1957.

MESURE DE DIVERGENCE  
ENTRE QUELQUES FEMURS FOSSILES ET UN ENSEMBLE  
DE FEMURS BELGES RECENTS.  
ETUDE BIOMETRIQUE,

par Elisabeth DEFRISE-GUSSENHOVEN (Bruxelles).

Le jeu simultané de plusieurs mensurations permet de définir une distance généralisée entre le centre d'une population de référence et chacun des fémurs fossiles. Cette distance ou mesure de divergence, désignée par  $\Lambda^2$ , intègre les liaisons internes qui existent entre les caractères : elle augmente relativement moins pour un éloignement dans le sens de la croissance que pour un écart latéral indiquant une différence de structure.

Rappelons la définition mathématique de  $\Lambda^2$ , telle que nous l'avons donnée dans une note précédente (1).

Soit une population multivariée normale non singulière relative à  $p$  caractères. Désignons par  $m_i$  et  $\alpha_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, p$ ) les moyennes et les covariances ( $\alpha_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ ). Soient  $\bar{x}_i$  et  $a_{ij} = r_{ij} s_i s_j$  les moyennes et les covariances d'un échantillon d'effectif  $n$  tiré de cette population et  $d_i$  les coordonnées d'un point fixe  $D$  dont nous cherchons la « distance » au centre  $M$  de la population. Alors

$$\Lambda^2_p = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \alpha^{ij} (m_i - d_i) (m_j - d_j)$$

est cette distance généralisée ou la mesure de divergence entre le point  $D$  (relatif au fossile) et le centre  $M$  de la population de référence,  $\alpha^{ij}$  étant le mineur normé de l'élément  $\alpha_{ij}$  dans la matrice des covariances  $A = ||\alpha_{ij}||$ .

(1) DEFRISE-GUSSENHOVEN, E., 1955.

Quand le point D varie dans la population, la quantité  $\Lambda_p^2$  est distribuée comme  $\chi^2$  avec  $p$  degrés de liberté. Les tables usuelles de  $\chi^2$  indiquent donc le pourcentage des sujets de la population qui ont un  $\Lambda_p^2$  inférieur ou égal à celui du point D. Nous appelons ce pourcentage le taux d'éloignement du point D par rapport à la population.

Les paramètres de la population n'étant pas connus, nous estimons  $\Lambda_p^2$  avec la quantité

$$L_p^2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p a^{ij} (\bar{x}_i - d_i) (\bar{x}_j - d_j)$$

que l'on peut calculer à partir des moyennes et des covariances connues de l'échantillon.

$$(\Lambda_p^2)_{\text{estimé}} = \frac{n-p-2}{n} L_p^2 - \frac{p}{n}$$

est l'estimateur sans biais et consistant de  $\Lambda_p^2$  que

nous utiliserons (cet estimateur figure sur le tableau I).

La variance de  $L_p^2$

$$\sigma^2(L_p^2) = \frac{2n^2\Lambda_p^4 + 2(n-2)(p+2n\Lambda_p^2)}{(n-p-2)^2(n-p-4)}$$

nous donnera une idée de l'ordre de grandeur de l'erreur d'échantillonnage sur  $L_p^2$  (voir tableau I).

La distance  $\Lambda^2$  se calcule d'abord pour la première mesure ( $\Lambda^2_1$ ), puis pour la première et pour la seconde ( $\Lambda^2_2$ ), puis la première, la deuxième et la troisième ( $\Lambda^2_3$ ), et ainsi de suite.

Pour chaque  $\Lambda^2_i$ , on note combien de fémurs de la population de référence ont une distance  $\Lambda^2_i$  inférieure. Exprimé en pourcentage, que nous désignons par taux d'éloignement, ce nombre est celui des fémurs actuels qui sont moins aberrants que le fémur fossile, pour les  $i$  caractères envisagés. Si une distance ayant un taux d'éloignement supérieur à 95 % peut déjà être considérée comme significative, les fossiles dont le taux dépasse 99 % sont franchement différents de la population actuelle. Sur le tableau I sont rangés, par ordre de distances ( $\Lambda^2$ ) estimées croissantes, les fémurs de Spy, Néanderthal gauche et droit, Tabūn I, Skhūl IV gauches et droit, Skhūl V gauche, le Pithécantrophe et un fémur récent du Congo belge.

La population de référence est constituée par 416 fémurs belges actuels gauches et droits réunis. À titre de contrôle, nous avons ajouté aux fossiles, l'un des 416 fémurs actuels, choisi pour la valeur moyenne de sa longueur totale.

La première colonne du tableau I se rapporte à la longueur maximum en position anatomique (2). Seul le fémur de Skhūl V gauche se détache

(2) Les 11 mesures figurant dans le tableau I sont prises conformément aux indications données par MARTIN, 1928. Les données relatives aux fémurs fossiles sont reprises dans F. TWIESSELMANN, 1957.

du groupe des fémurs actuels. Son taux d'éloignement est compris entre 99 et 99,9 %. C'est par sa grande longueur que ce fémur fossile se distingue des autres. Si l'on considère simultanément la longueur maximum en position anatomique et la longueur maximum du condyle interne, on peut calculer la deuxième distance  $\Delta^2_2$  qui donne lieu à un nouveau classement, indiqué dans la deuxième colonne du tableau I.

Au Skhül V gauche, s'ajoutent, comme aberrants, Tabün I et Spy. C'est à la longueur considérable de son condyle interne, relativement à sa longueur totale, que le fémur de Spy doit d'être rejeté du groupe, alors que c'est la minceur du condyle qui place les deux fémurs palestiniens dans la même catégorie. Ajoutons, à ces deux premières mesures, la largeur des condyles. Celle-ci est si forte chez le fémur de Spy, par rapport aux deux mensurations précédentes, qu'il vient se placer cette fois entre 99 et 99,9 %, franchement en dehors de la population actuelle.

L'addition du diamètre sagittal au milieu de la diaphyse conserve l'essentiel du classement de la troisième colonne, exception faite pour le fémur de Tabün I. Celui-ci réintègre la norme à cause de la valeur de son diamètre sagittal qui est faible, mais en harmonie avec ses mesures précédentes. Nous voyons, par cet exemple, que l'addition d'une nouvelle variable diminue parfois le taux d'éloignement.

Considérons, en effet, sur la figure 1, l'ellipse équiprobable contenant 95 % des fémurs récents, relative à la longueur maximum en position anatomique et à la longueur maximum du condyle interne. Imaginons un fémur, intérieur à l'ellipse, mais proche d'une extrémité de l'axe focal (non dessiné sur la figure 1); ce fémur ferait partie de la norme des 95 % si l'on envisage les deux mensurations simultanément; mais pour chacune d'elles, il serait hors des limites fiduciaires des 95 %. Autrement dit, un tel fémur serait aberrant pour la longueur totale et la longueur maximum du condyle interne prises séparément, mais normal pour ces deux mesures envisagées ensemble. Cet exemple fictif n'est relatif qu'à deux variables, mais la diminution du taux d'éloignement du fémur de Tabün I, lors de l'addition de la quatrième variable, s'explique de la même façon.

La cinquième variable, le diamètre transversal au milieu de la diaphyse, rejette le Skhül IV gauche de la norme et éloigne davantage le Skhül V gauche. Sauf Tabün I, tous les fémurs palestiniens, ainsi que le fémur du Congo, ont un diamètre transversal relativement faible.

Grand chez le Pithécanthrope, moyen chez le Skhül IV gauche, le diamètre transversal sous-trochantérien éloigne de la norme le premier fémur et y réintègre le second.

Enfin, la septième mensuration, le diamètre antéro-postérieur sous-trochantérien, relativement faible chez Spy, Skhül gauche et droit et le fémur du Congo, donne à tous ces fémurs des distances statistiquement significatives.

On remarque que les fémurs fossiles se distinguent d'autant mieux du groupe de référence que l'on considère ensemble un plus grand nombre

de mensurations. Le fémur congolais se distingue aussi très nettement des fémurs blancs.

Les quatre dernières mensurations n'ont pu être effectuées que sur huit fémurs, Néanderthal droit et Skhül V gauche étant imparfaitement conservés.

Le diamètre vertical du col, qui, relativement aux mesures précédentes, est faible chez le Pithécantrope et surtout chez le fémur du Congo, éloigne le premier de la norme et rejette le second au-delà des 99 %. Le diamètre sagittal du col, démesuré chez Spy, même comparativement aux dimensions des condyles déjà si développés, rejette ce fossile au-delà des 99,9 %. Ce diamètre est relativement grand aussi chez Néanderthal gauche, mais très faible chez le Pithécantrope.

Enfin, les dernières mesures, les deux diamètres de la tête fémorale, confirment l'essentiel des classements précédents. Ce qui est assez curieux, c'est l'éloignement du Tabün I, franchement rejeté hors de la population de référence dans la dernière colonne du tableau I. Rappelons que le coefficient de corrélation entre les deux diamètres de la tête fémorale, presque parfaitement circulaire, est de 0,95. Or, si le diamètre vertical de Tabün I vaut 40 mm, son diamètre transversal atteint 43 mm. La différence de 3 mm indique que la tête fémorale est moins sphérique chez Tabün I que chez les fémurs belges actuels et cette particularité écarte franchement le fossile de la norme. On voit, par cet exemple, qu'une différence de quelques millimètres peut avoir une influence considérable sur la valeur du  $\Lambda^2$ . Comme les erreurs de mesures de fémurs même en parfait état varient de 0,2 à 2 mm selon la mensuration, il convient d'interpréter les chiffres avec une extrême prudence. Ces erreurs de mesure peuvent s'accroître encore de quelques millimètres dans le cas de fémurs fossiles souvent légèrement abîmés. C'est ce qui s'est peut-être produit chez Tabün I, la différence de 3 mm entre les deux diamètres de la tête fémorale ayant pu provenir du mauvais état de conservation de la pièce. Mais, pour l'ensemble des mensurations, les erreurs dues à de légères imperfections ne jouent plus guère et nous pouvons maintenir cette conclusion globale : dans l'ensemble, les fémurs fossiles ainsi que le fémur congolais, se distinguent nettement du groupe des fémurs belges récents.

Nous ne concluerons pas pour Tabün I; quant au Néanderthal gauche, la valeur  $18,76 \pm 1,44$  de sa dernière mesure de divergence, est très proche de la valeur 19,675 qui correspond au seuil de signification de 95 %. Ce fémur n'est donc pas nettement inclus dans les fémurs récents, mais se trouve en bordure du groupe.

Les tableaux II et III complètent cette analyse.

Dans le tableau II figurent les mesures de divergence  $\Lambda^2_1$ , estimées pour chacune des mensurations prises séparément. Le signe qui surmonte chaque  $\Lambda^2_1$  est celui de l'écart du fossile envisagé avec la moyenne correspondante de la population de référence. Nous avons affecté les  $\Lambda^2_1$  respectivement de un, deux ou trois astérisques selon qu'ils sont compris entre 3,841 et 6,635, entre 6,635 et 10,827 ou qu'ils dépassent cette der-

TABLEAU II.

Distances ( $\Lambda^2_1$ ) estimées à partir de  $L^2_1$ , pour chacune des 11 mesures prises séparément.

Le signe + ou - indique celui de l'écart entre la mesure du fossile et la moyenne correspondante de la population de fémurs belges actuels. Le ( $\Lambda^2_1$ ) estimé est affecté de un, deux ou trois astérisques suivant qu'il est compris entre 3,841 et 6,635 (valeurs de  $\chi^2$  correspondant respectivement à 95 et 99 % pour un degré de liberté), entre 6,635 et 10,827 (99 et 99,9 %) ou qu'il dépasse cette dernière valeur.

	1 longueur max. en position ana- tomique	2 longueur max. du condyle interne	3 largeur des condyles	4 diamètre sagittal au milieu de la diaphyse	5 diamètre transv. au milieu de la diaphyse	6 diamètre transv. sous-tro- chantérien	7 diamètre antéro- post. sous-tro- chantérien	8 diamètre vertical du col	9 diamètre sagittal du col	10 diamètre vertical de la tête fémorale	11 diamètre transv. de la tête fémorale
belge ... ..	0	+ 0,18	+ 0,18	+ 0,01	- 0,44	+ 0,03	- 0,10	+ 0,48	+ 0,01	+ 0,64	+ 0,89
Congo ... ..	+ 1,07	+ 0,04	0	- 0,75	- 1,15	- 0,02	- 3,33	- 3,19	- 1,86	- 0,03	- 0,09
N. g. ... ..	+ 0,02	+ 1,70	+ 2,93	+ 1,24	+ 2,04	+ 2,25	+ 1,74	+ 2,15	+ 8,95**	+ 1,57	+ 3,34
N. dr. ... ..	+ 0,01	+ 2,31	+ 2,93	+ 1,24	+ 0,94	+ 0,88	+ 2,29				
Spy ... ..	- 0,22	+ 2,31	+ 6,87**	+ 0,15	+ 0,55	+ 2,84	- 0,19	+ 2,15	+ 16,66***	+ 4,91*	+ 5,58*
T. I. ... ..	- 0,46	- 5,19*	- 1,86	- 2,89	- 0,02	- 0,12	- 1,52	- 3,19	- 1,86	- 2,29	- 0,33
Sk. IV g. ... ..	+ 3,60	+ 2,31	+ 2,35	+ 4,08*	- 0,38	- 0,02	- 0,19	+ 0,33	+ 2,36	+ 0,12	+ 0,12
Sk. IV dr. ... ..	+ 3,09	+ 1,70	+ 1,82	+ 3,66	- 0,38	- 0,02	- 0,19	+ 2,15	+ 2,36	+ 0,77	+ 0,57
Sk. V g. ... ..	+ 7,61**	+ 2,66	+ 5,10*	+ 10,81**	- 0,02	- 0,84	+ 5,30*				
Pithéc. ... ..	+ 0,47	- 0,10	+ 0,06	+ 0,15	+ 0,08	+ 5,92*	+ 1,26	- 0,20	- 1,40	- 0,03	- 0,02

nière valeur. Ces trois limites sont les valeurs de  $\chi^2$  (pour un degré de liberté) correspondant aux niveaux de 95 %, 99 % et 99,9 %.

Ainsi, la deuxième colonne du tableau II, se rapportant à la longueur maximum du condyle interne, indique les distances généralisées  $\Lambda^2_1$  estimées pour chacun des fossiles (relativement à cette seule mensuration). A côté de Tabün I, nous lisons 5,19\* : Tabün I a son condyle interne inférieur à la moyenne de la population de référence; l'écart, placé entre les niveaux de 95 % et 99 %, est significatif.

Examinons les points saillants du tableau II.

Les fémurs belges et congolais récents ne s'écartent significativement des moyennes du groupe de référence pour aucune des onze mesures. Tous les écarts du fémur congolais sont négatifs, seule sa longueur est grande, la longueur du condyle interne étant moyenne.

Tous les écarts des deux fémurs de Néanderthal sont positifs, le diamètre sagittal du col étant très développé chez Néanderthal gauche.

Le fémur de Spy a des écarts tous positifs, exception faite pour sa longueur et son diamètre antéro-postérieur sous-trochantérien. Largeur des condyles, col et tête fémorale sont exceptionnellement développés.

Tabün I a tous ses écarts négatifs, le condyle interne étant spécialement court.

Pour les six premières mensurations, les fémurs palestiniens, Skhül IV gauche, Skhül IV droit et Skhül V gauche, s'écartent des moyennes dans le même sens. Chez Skhül gauche ces écarts sont considérables et le diamètre antéro-postérieur de ce fossile est également très grand. Chez les trois fémurs palestiniens, les diamètres transversaux du fût sont faibles, mais leur diamètre sagittal au milieu de la diaphyse dépasse largement la moyenne.

Prises séparément, les mesures du Pithécantrope sont banales; il est vrai que le diamètre transversal sous-trochantérien est grand, mais l'exostose présente en cet endroit de la diaphyse a peut-être empêché une mensuration plus précise.

Les observations tirées du tableau II sont celles que l'on peut faire par une comparaison directe des fossiles avec les fémurs récents. Elles ne tiennent pas compte des liaisons internes existant entre les caractères, chaque mesure étant envisagée indépendamment des autres.

La distance généralisée  $\Lambda^2_p$ , relative à  $p$  variables (tableau I), tenait compte des dimensions, mais aussi de la forme du fémur récent, conditionnée par les corrélations liant les caractères mesurés. Le professeur F. Twiesselmann nous a suggéré de pousser plus loin notre analyse, en décomposant chaque distance  $\Lambda^2_p$  en une somme de termes statistiquement indépendants (tableau III). Le  $i^{\text{ème}}$  terme dépend de la différence entre la  $i^{\text{ème}}$  mesure du fossile et la valeur de la régression de  $x_i$  en  $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}$ , calculée dans la population de référence, mais où  $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}$  sont remplacés par les mesures du fossile. Cette différence, élevée au carré et normée, c'est-à-dire divisée par la variance correspondant à la régres-

TABLEAU III.

Valeur de  $(\Lambda^2_i)_{est.} - (\Lambda^2_{i-1})_{est.}$ , surmonté du signe de l'écart entre la  $i^{\text{ème}}$  mesure du fossile et la valeur de la régression de  $x_i$  en  $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}$  ( $i=1, 2, \dots, 11$ ) calculée dans la population de fémurs belges actuels, mais où  $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}$  sont remplacés par les mesures correspondantes du fossile. Un, deux ou trois astérisques indiquent des valeurs comprises respectivement entre les seuils de probabilité de 95 et 99 %, de 99 et 99,9 % ou dépassant le seuil de 99,9 %.

	1 longueur max. en position ana- tomique	2 longueur max. du condyle interne	3 largeur des condyles	4 diamètre sagittal au milieu de la diaphyse	5 diamètre transv. au milieu de la diaphyse	6 diamètre transv. sous-tro- chantérien	7 diamètre antéro- postérieur sous-tro- chantérien	8 diamètre vertical du col	9 diamètre sagittal du col	10 diamètre vertical de la tête fémorale	11 diamètre transv. de la tête fémorale
belge ... ..	0	+	+	0	-	+	-	+	-	+	+
Congo ... ..	+	-	-	1,87	2,95	+	9,19**	9,11**	0,49	+	-
N. g. ... ..	0,02	+	+	0,18	0,79	+	0,58	0,23	+	-	+
N. dr. ... ..	+	+	+	0,16	0	0	+	0,70			+
Spy ... ..	0,22	+	+	0,06	0	+	3,77	0,13	+	+	+
T. I. ... ..	-	-	+	0,61	2,14	0	0,03	1,65	0	+	+
Sk. IV g. ... ..	+	+	0	0,52	7,25**	-	0,04	10,15**	0,67	+	-
Sk. IV dr. ... ..	+	0	0	0,56	6,30*	-	0,01	8,82**	0,71	+	-
Sk. V g. ... ..	+	-	+	2,30	7,13**	-	3,29	0			
Pithéc. ... ..	+	-	+	0,01	0,08	+	9,53**	1,19	-	-	0

sion, donne le  $i^{\text{ème}}$  terme [qui vaut aussi  $(\Lambda^2_i)_{\text{est.}} - (\Lambda^2_{i-1})_{\text{est.}}$  ( $i=1,2,\dots,p$ )], figurant dans la  $i^{\text{ème}}$  colonne du tableau.

Autrement dit, le premier terme d'une ligne du tableau III est la distance généralisée relative à la première variable. Le deuxième terme de cette même ligne provient de la contribution, à la somme totale, de la deuxième variable; il est obtenu théoriquement de la façon suivante. Dans la population de référence, on sépare le sous-groupe des fémurs qui ont tous leur première mesure (la longueur maximum en position anatomique) égale à celle du fossile. On compare alors la deuxième mesure du fossile (longueur maximum du condyle interne) avec la moyenne de cette deuxième mesure prise dans le sous-groupe sélectionné. Le signe de l'écart indique si le fossile est supérieur ou inférieur à cette moyenne. Normés et élevés au carré, ces écarts figurent dans la 2<sup>me</sup> colonne du tableau III, surmontés de leur signe et affectés respectivement de un, deux ou trois astérisques, suivant que leur valeur est comprise entre 3,841 et 6,635, entre 6,635 et 10,827 ou qu'elle dépasse ce dernier chiffre.

La troisième colonne du tableau III contient les écarts, normés et élevés au carré, entre chaque fossile et la moyenne, pour la troisième mesure, du sous-groupe des fémurs de la population de référence choisis de façon que leurs mesures 1 et 2 soient respectivement égales aux mesures 1 et 2 du fossile. Les termes suivants du tableau III sont obtenus de façon analogue.

Nous pouvons maintenant commenter le tableau III.

Le fémur belge est banal; aucun des termes n'atteint le seuil de signification de 95 %.

Le fémur du Congo a les condyles peu développés par rapport à sa longueur et le milieu de la diaphyse est mince, même relativement à la longueur totale et aux dimensions des condyles.

Le diamètre antéro-postérieur sous-trochantérien est si mince même relativement aux mesures précédentes déjà si fines que l'écart correspondant est hautement significatif; c'est d'ailleurs à cause de cette mesure que le fémur congolais est rejeté de la norme des fémurs récents (voir tableau I). Il est définitivement écarté de cette norme par le diamètre vertical du col qui, même relativement aux mesures précédentes, est bien trop mince. On peut dire que le fémur du Congo se distingue par l'extrême finesse de la diaphyse et du col. Il est instructif de remarquer que pour ce fémur, les écarts des colonnes 7 et 8 ne sont pas significatifs dans le tableau II, tandis qu'ils franchissent le seuil de 99 % dans le tableau III : cela montre que les écarts avec les régressions multiples successives, figurant dans le tableau III, révèlent mieux une différence de structure que la comparaison, mesure par mesure, du fossile avec les fémurs actuels (tableau II).

Le fémur gauche de Néanderthal a tous ses écarts positifs, sauf celui du diamètre vertical de la tête fémorale, qui est négligeable : chaque mesure successive est donc plus grande que la moyenne du sous-groupe



des fémurs actuels qui, pour les variables précédentes, sont pareils au fossile. L'écart du diamètre sagittal du col est hautement significatif.

De même, le fémur droit de Néanderthal a des écarts positifs ou nuls. Ici, la longueur du condyle interne, grand aussi chez le fossile précédent, a un écart significatif. Cependant, l'ensemble des mesures ne rejette pas le Néanderthal droit de la norme (tableau I). La contradiction, entre un écart partiel significatif et un  $\Lambda^2$  correspondant non significatif n'est qu'apparent.

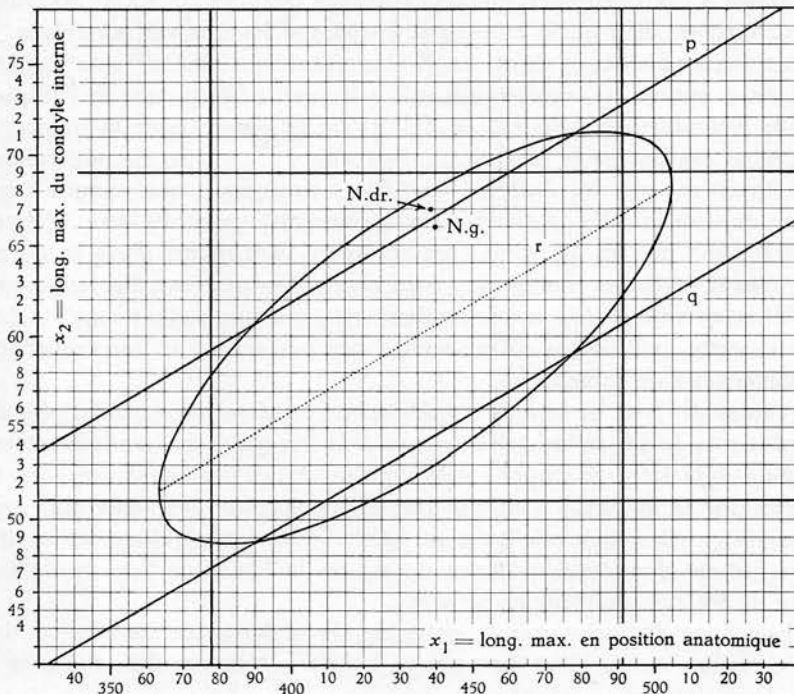


Fig. 1. — Répartition des 416 fémurs belges actuels constituant la population de référence. La norme de cette population, pour les deux variables  $x_1$  et  $x_2$  envisagées simultanément, est formée par les 95 % des fémurs intérieurs à l'ellipse équiprobable dessinée. Entre les deux droites parallèles à l'axe  $ox_2$ , sont situés également 95 % des fémurs. Ces droites indiquent les limites de confiance (correspondant au seuil de probabilité de  $P = 0,95$ ) relatives à la longueur maximum en position anatomique. De même, les deux parallèles à l'axe  $ox_1$ , indiquent les limites de confiance (pour  $P = 0,95$ ), relatives à la longueur maximum du condyle interne.

N. g. = fémur gauche de Néanderthal; N. dr. : fémur droit de Néanderthal.

La droite  $r$  est la régression de  $x_2$  en  $x_1$ . Les ordonnées de ses points indiquent la valeur théorique de  $x_2$  pour une valeur donnée de  $x_1$ . Ainsi, la longueur maximum théorique du condyle interne pour le fémur gauche de Néanderthal, est de 60,6 mm. Les droites  $p$  et  $q$  indiquent les limites de confiance (pour  $P = 0,95$ ) pour la régression de  $x_2$  en  $x_1$ . Entre ces deux parallèles se trouvent donc 95 % des fémurs de la population de référence. L'écart entre les longueurs maximum réelle et théorique du condyle interne du fémur gauche de Néanderthal est égal à 66 mm — 60,6 mm = 5,4 mm. Cette valeur, inférieure aux 6 mm admis par les seuils de signification, place ce fossile dans la région du plan limité par les droites  $p$  et  $q$ . Au contraire, l'écart analogue pour le fémur droit de Néanderthal excède 6 mm (67 mm — 60,4 mm = 6,6 mm), de sorte que ce fémur est hors de la norme pour la régression de  $x_2$  en  $x_1$  (bien qu'il soit intérieur à l'ellipse équiprobable!).

La figure 1, illustrant le cas pour les deux premières variables, éclaire entièrement la question; elle contient les limites fiduciaires à 95 % pour chacune des deux premières mensurations prises séparément, l'ellipse équiprobable contenant 95 % des sujets et les limites fiduciaires à 95 % relatives à la régression de  $x_2$  en  $x_1$ . Autrement dit, 95 % des sujets sont situés entre les deux droites parallèles à l'axe  $ox_2$ , 95 % des sujets sont compris entre les deux parallèles à l'axe  $ox_1$ , 95 % des sujets sont compris entre les deux droites  $p$  et  $q$  parallèles à la droite de régression  $r$  et 95 % sont situés à l'intérieur de l'ellipse. Tous ces groupes de 95 % des sujets sont différents, bien qu'ils empiètent largement les uns sur les autres.

Les fémurs gauches et droits de Néanderthal sont placés sur la figure 1. Tous deux ont un  $\Lambda^2_p$  non significatif (ils sont à l'intérieur de l'ellipse); mais le Néanderthal droit est en dehors de la norme pour la régression de  $x_2$  en  $x_1$  tandis que le Néanderthal gauche y est inclus. En généralisant cette figure au cas de plusieurs variables, on conçoit que chaque terme partiel du tableau III (relatif à la régression) pourrait être inférieur à 3,841, sans que le  $\Lambda^2_p$  total correspondant soit inclus dans la norme. Inversement, certains termes dus à la régression peuvent être supérieurs à 3,841 sans que le  $\Lambda^2_p$  correspondant atteigne une valeur significative.

Après cette explication qui ne nous a pas parue inutile, nous reprenons le commentaire du tableau III.

Le fémur de Spy, de longueur inférieure à la moyenne, a la largeur des condyles très forte, même relativement à la longueur du condyle interne, lui-même déjà très développé. Relativement à ces premières mesures, les diamètres de la diaphyse sont moyens; le diamètre antéro-postérieur sous-trochantérien est même relativement faible. Mais c'est le diamètre sagittal du col qui est demesuré, au point de rejeter le fémur de Spy au delà du niveau de 99,9 % des fémurs actuels.

Tabûn I se distingue par la petitesse de la longueur de son condyle interne (nous avons déjà commenté le comportement des mesures 10 et 11 de ce fémur).

Les fémurs Skhül sont longs; les mesures suivantes sont en harmonie avec cette longueur exceptionnelle, sauf le diamètre transversal au milieu de la diaphyse très faible chez tous les trois. Remarquons ici que le diamètre sagittal au milieu de la diaphyse, considéré indépendamment des autres mesures (voir tableau II) est très grand chez les trois fémurs Skhül, alors que le diamètre transversal est moyen. Mais sur le tableau III, la situation est renversée, le diamètre sagittal est moyen, tandis que le diamètre transversal est très inférieur à la moyenne. C'est qu'ici on tient compte de la longueur totale et des dimensions des condyles. Par rapport à ces mensurations, le diamètre sagittal est banal, bien que la ligne âpre soit fort saillante. Mais, alors qu'on pourrait s'attendre à un diamètre transversal en harmonie avec les quatre mesures précédentes, on voit que ce diamètre est loin d'être aussi développé. Autrement dit, l'indice pilastrique élevé des Skhül vient plutôt de la déficience relative du diamètre transversal que de l'importance de la ligne âpre. Le diamètre antéro-

postérieur sous-trochantérien est également faible chez Skhül IV gauche et droit. On peut dire aussi que, par rapport à leur longueur, ces trois fémurs ont des extrémités assez fines (contrairement au fémur de Spy, qui a les extrémités très développées).

#### CONCLUSIONS.

L'examen des tableaux I, II et III permet de préciser certains aspects de la morphologie des fémurs fossiles.

1° Dans l'ensemble, les fémurs fossiles se distinguent du groupe des fémurs belges actuels de façon significative et l'écart est d'autant plus marqué que l'on envisage simultanément un plus grand nombre de caractères.

2° Les fémurs gauche et droit de Néanderthal et celui de Spy montrent de grandes analogies dans leur structure; dans l'ensemble, leurs signes sont, en effet, les mêmes sur le tableau II, ainsi que sur le tableau III. Ces caractères communs sont : longueur moyenne, fût de grosseur moyenne, condyles, col et tête fémorale très développés. Mais si le fémur de Spy s'éloigne dans le même sens que les fémurs de Néanderthal, c'est par des écarts beaucoup plus marqués; il en résulte que les néanderthaliens ne diffèrent pas franchement de la population actuelle, mais que le fémur de Spy est tout à fait aberrant; en effet, il s'écarte des moyennes de la population de référence au delà du niveau de 99,9 %.

3° Les trois fémurs de Skhül présentent également entr'eux de fortes analogies. Grande longueur, fût élancé, extrémités fines, les rejettent absolument du groupe belge actuel. Ils se distinguent aussi très nettement des trois néanderthaliens étudiés. Ils ressemblent fort au fémur récent du Congo belge, mais celui-ci a le diamètre vertical du col beaucoup plus faible.

4° Le fémur de Tabün I se classe un peu à part des autres fémurs palestiniens : plus petit, il a les condyles très peu développés mais un fût relativement plus épais, ce qui le rapproche de la population belge actuelle.

5° Le Pithécantrophe a des mesures très banales. S'il est rejeté de la norme actuelle, c'est uniquement à cause de l'exostose que la ligne âpre présente sous le trochanter. Cette particularité a pour effet, inévitable, d'exagérer la longueur de son diamètre transversal en cet endroit. Ce n'est donc pas à cause de ses caractères archaïques, mais à cause d'une anomalie osseuse que ce fossile est aberrant.

6° Le fémur récent du Congo belge que nous avons pu mesurer est nettement aberrant; il est assez long, sa diaphyse est élancée et il est caractérisé par un col dont le diamètre vertical est minime et par un diamètre antéro-postérieur sous-trochantérien très petit qui lui donne un indice de platymérie faible.

Les méthodes biométriques utilisées dans cette étude apportent certaines précisions aux belles études de fémurs fossiles faites par M. BOULE, MAC COWN et KEITH et d'autres.

Elles montrent notamment combien l'emploi de l'indice de robusticité est précaire. Chez les Néanderthaliens cet indice ne dépasse pas de façon significative l'indice moyen de la population belge, comme le croyait M. BOULE, de sorte que, contrairement à ce qu'en dit cet auteur, les diaphyses des Néanderthaliens ne sont pas massives (3). Dans le même ordre d'idées, on peut dire que les fûts des fémurs Skhül sont plus élancés que ceux de l'homme moderne, alors que MAC COWN et KEITH les considéraient comme très moyens (4).

Terminons en donnant, à titre documentaire, les moyennes et les déviations standard en millimètres des 416 fémurs actuels belges utilisés comme matériel de comparaison.

	Moyenne en mm	Déviations standard
	—	—
1. long. max. en pos. anat. ... ..	434,90	28,91
2. long. max. du condyle interne ... ..	59,98	4,58
3. largeur des condyles ... ..	77,54	5,49
4. diam. sagit. au milieu de la diaphyse.	27,90	2,75
5. diam. transv. au milieu de la diaphyse.	27,36	2,18
6. diam. transv. sous-trochantérien ...	31,47	2,67
7. diam. antéro-post. sous-trochantérien.	26,14	2,53
8. diam. vertical du col. ... ..	33,04	3,36
9. diam. sagit. du col. ... ..	25,76	2,74
10. diam. vertical de la tête fémorale ...	45,68	3,73
11. diam. transv. de la tête fémorale ...	45,15	3,72

Une note ultérieure sera consacrée aux coefficients de corrélation de ces onze mesures prises deux à deux. En outre, nous avons fait une analyse comparable à celle qui précède, relative aux indices platymériques et pilastriques ainsi qu'aux angles, mais ces mesures n'ont pas révélé de nouvelles caractéristiques de la morphologie des fémurs fossiles et nous ne publions pas les résultats.

(3) BOULE, M., 1912, p. 152.

(4) MAC COWN, T. D. et KEITH, A., 1939. Lire p. 58 : « In relative thickness of shaft... the Carmel femora resemble those of modern man... »

Ce travail est le fruit de nombreuses discussions avec le professeur F. TWIESELNANN. Il m'est agréable de lui exprimer ma gratitude pour m'avoir fait bénéficier de son érudition et de son expérience.

Je tiens à remercier le Centre national de Calcul mécanique, qui a effectué les calculs du présent travail, et particulièrement MM. DILLAERTS et LAMBERT pour leur aide précieuse.

#### RÉSUMÉ.

L'auteur a défini précédemment une distance biométrique  $\Lambda^2$  entre les mensurations d'un sujet isolé et les moyennes d'une population de référence. Cette mesure de divergence est comparable à celle que P. C. MAHALANOBIS a établie pour évaluer la distance entre les moyennes de deux populations, et que l'on désigne par distance généralisée. La note actuelle donne un exemple d'application pratique de la notion de  $\Lambda^2$  à l'étude morphologique d'un fémur récent du Congo belge et de quelques fémurs fossiles connus, notamment ceux de Néanderthal, de Spy, du Mont Carmel et celui du Pithécantrophe. La population de référence est constituée par quatre cent seize fémurs belges modernes.

#### SUMMARY.

In a previous paper, the author has defined a biometrical distance between the measurements of an isolated subject and the means of a known population. This quantity is akin to the generalized distance used by P. C. MAHALANOBIS to compare the means of two populations. In the present paper, practical use is made of the  $\Lambda^2$  distance to study the morphology of a recent femur of Belgian Congo and of several known fossil femora : those of Neanderthal, Spy, Mount Carmel and the femur of the Pithecanthropus. The population used for the comparison is composed of four hundred and sixteen modern belgian femora.

#### INDEX BIBLIOGRAPHIQUE.

DEFRISE-GUSSENHOVEN, E.

1955. *Mesure de divergence  $\Lambda^2$  entre un sujet déterminé et une population multivariée normale. Sa distribution d'échantillonnage.* (Bull. Inst. royal des Sc. natur. de Belgique, Bruxelles, tome XXXI, n° 56, 16 p.)

MARTIN, R.

1928. *Lehrbuch der Anthropologie.* (Gustav Fischer, Jena, 1182 p.)

TWIESELNANN, F.

1957. *Le fémur néanderthalien de Fond-de-Forêt* (Province de Liège) (à paraître dans les mémoires de l'Inst. royal des Sc. natur. de Belgique, Bruxelles.)

BOULE, M.

1912. *L'homme fossile de la Chapelle-aux-Saints.* (Annales de Paléontologie, tome VII, Masson et Cie, Paris, pp. 150 à 161.)

MAC COWN, T. D. et KEITH, A.

1939. *The Stone age of Mount Carmel.* (Clarendon Press, Oxford, 390 p.)

