

Electrification du fond

Courts-circuits et mises accidentelles à la terre (courts-circuits à la terre)

par E. DESSALLES

Ingénieur honoraire au Corps des Mines A.I.Lg, A.I.M.

Inspecteur des Charbonnages patronnés par la Société Générale de Belgique.

Les dangers des courts-circuits, tant à la surface qu'au fond, sont bien connus; aussi, un appareillage perfectionné permet-il, par des déclenchements, aussi rapides que le permet la technique actuelle, de parer dans une large mesure aux dangers en question.

Les mises à la terre d'une phase dans les réseaux triphasés, donnent généralement lieu à des courants de terre, appelés aussi courts-circuits à la terre: « Erdschluss » en allemand; « earth leakage » en anglais. Ces courants sont, comme nous le verrons, généralement d'intensité relativement faible; mais ils peuvent, dans les travaux du fond des houillères, donner lieu soit à des incendies, soit à des explosions de grisou.

Dans un article très intéressant, qui vient de paraître dans les *Annales des Mines de France*, M. Bihl, l'Ingénieur français, bien connu par son importante contribution à l'électrification de mines françaises et par son ouvrage remarquable sur l'électrification du fond, étudie de façon approfondie les deux questions qu'indique le sous-titre de la présente note.

Ces questions ont fait l'objet d'un examen sérieux de la Sous-Commission Electricité de la Conférence Internationale sur la Sécurité dans les Mines, de Luxembourg.

Les recommandations n° 2 et n° 3 relatives à l'électrification et dont nous vous reproduisons le texte sont le fruit de cet examen.

Recommandation n° 3.

a) On ne doit utiliser que des disjoncteurs ou des fusibles tels que leur pouvoir de coupure soit suffisant pour la puissance de court-circuit la plus élevée qui puisse intervenir à leur lieu d'installation.

b) Tout élément de l'installation électrique doit être capable de supporter, pendant la durée déterminée par le disjoncteur ou le fusible intercalé, le courant de court-circuit maximal qui puisse se produire au lieu de son installation, pour autant que le court-circuit ne survienne pas dans cet élément lui-même.

c) Les disjoncteurs et les fusibles doivent être réglés ou choisis de manière à pouvoir couper rapidement et d'une manière sûre le courant de court-circuit même le plus faible pouvant intervenir dans le réseau ou dans la partie de réseau à protéger.

Recommandation n° 2.

a) Dans les réseaux sous tension supérieure à 660 V, le courant de mise accidentelle à la terre doit être aussi faible que possible, sinon il doit être limité à une valeur aussi faible que possible à l'aide de dispositifs appropriés.

b) En cas de mise accidentelle à la terre, les conducteurs intéressés doivent être sans retard mis automatiquement hors tension ou tout au moins la mise accidentelle à la terre doit être signalée par un appareil indicateur.

c) Pour les circuits sous tension entre 42 et 660 V, les mêmes dispositions sont applicables. Cependant au lieu du simple appareil indicateur, on doit installer un appareil de mesure d'isolement avec un signal d'alarme optique et acoustique; toutefois, pour les installations d'éclairage, un signal d'alarme optique est considéré comme suffisant.

d) Le défaut d'isolement doit être au plus tôt recherché par le personnel qualifié et être réparé dans un délai convenable. Sinon, les conducteurs intéressés doivent être mis hors tension.

La recommandation n° 3, vise la protection contre les courts-circuits.

Les appareils de protection doivent être capables de couper le *courant maximum de court-circuit*, celui qui se produirait sur la ligne au voisinage du disjoncteur; celui-ci doit donc avoir un pouvoir de coupure suffisant; mais, d'autre part, il doit aussi pouvoir couper le courant de *court-circuit minimum* qui se produirait en bout de ligne entre deux phases.

M. Bihl rappelle opportunément les formules qui donnent les courants de courts-circuits permanents :

Pour le court-circuit *triphase*

$$I_{cc\text{ III}} = \frac{U}{\sqrt{3}Z} = 0,58 \frac{U}{Z}$$

U tension, Z impédance par phase du chemin du courant de court-circuit.

Pour le court-circuit *biphase*

$$I_{cc\text{ II}} = \frac{U}{2Z} = 0,5 \frac{U}{Z} = 0,86 I_{cc\text{ III}}$$

Pour tenir compte de la surtension qui se produit au moment de la coupure, on adopte pour $I_{cc\text{ II}}$ une majoration de l'intensité de sorte que

$$I_{cc\text{ III}} = 1,1 \frac{U}{\sqrt{3}Z}$$

M. Bihl expose ensuite l'évolution des règles allemandes relatives à l'emploi des fusibles.

Les règles anciennes ayant donné lieu à des inconvénients, la règle actuelle est la suivante :

I_N étant le courant nominal

$$I_{cc\text{ II}} > 3 I_N \text{ pour les fusibles rapides}$$

$$I_{cc\text{ II}} > 5 I_N \text{ pour les fusibles lents}$$

Pour les disjoncteurs :

$$I_{cc\text{ II}} \geq 1,5 I_D$$

I_D étant l'intensité de réglage du relais pour protection en court-circuit.

La protection par fusibles semble être beaucoup plus répandue en Allemagne qu'en Belgique. Mais, M. Bihl écrit que beaucoup de fosses allemandes s'orientent aussi vers l'emploi plus fréquent des disjoncteurs (tendant à couper en moins de 100 millisecondes); il donne un tableau relatif aux fusibles.

M. Bihl indique comme puissance de coupure des disjoncteurs 65 MVA dans la plupart des cas et 125 MVA dans des cas exceptionnels. En Campine, le pouvoir de coupure de 125 MVA n'est pas rare.

Le calcul des courants des courts-circuits n'est pas toujours aussi simple que les formules l'indiquent.

Quand le réseau alimente des moteurs synchrones ou des moteurs asynchrones entraînant des appareils ayant un grand moment d'inertie ou attaquant des pompes centrifuges ou des ventilateurs, le calcul est assez compliqué. Nous rappelons qu'il existe à Bruxelles, une table de calculs sur modèle « Tablelec », qui est outillée pour résoudre les calculs les plus compliqués. Les exploitants auront parfois intérêt à recourir à cette institution.

La recommandation n° 2 de la conférence de Luxembourg envisage les mises à la terre ou courts-circuits à la terre.

Elle distingue les circuits sous tension entre 42 et 660 V et les réseaux sous tension supérieure à 660 V.

Dans la première hypothèse : l'alimentation que nous appelons à basse tension : le courant de mise à terre doit être *aussi faible que possible* et doit être éventuellement *limité* par un dispositif approprié.

En cas de terre accidentelle (courts-circuits de terre), les conducteurs intéressés doivent être, sans retard, mis automatiquement hors circuit ou tout au moins la mise accidentelle à la terre doit-elle être signalée par un appareil indicateur.

La limitation du courant de mise à la terre peut être obtenue par la compensation de la capacité des câbles au moyen de selfs convenablement calculées, ainsi que nous le montrons ci-après :

Soit un réseau triphasé, mis à la terre sur la phase 2,

Soit C la capacité d'une phase par rapport à la terre,

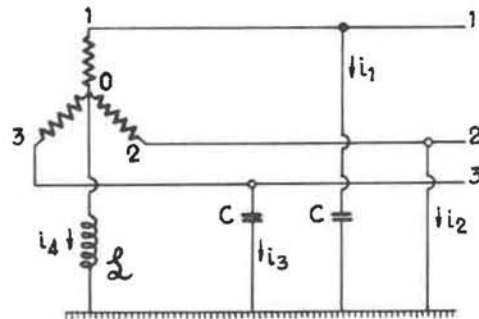


Fig. 1.

Soit L la self induction d'une bobine B,

Les résistances étant négligées, on écrit les équations vectorielles suivantes :

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4 = 0 \tag{1}$$

$$\bar{V}_{0,1} = \frac{\bar{I}_1}{\omega C} + \omega L \bar{I}_4 \tag{2}$$

$$\bar{V}_{0,3} = \frac{\bar{I}_3}{\omega C} + \omega L \bar{I}_4 \tag{3}$$

$$\bar{V}_{02} = \omega L \bar{I}_4 \quad (4)$$

$$\bar{V}_{01} + \bar{V}_{02} + \bar{V}_{03} = \frac{1}{\omega C} (\bar{I}_1 + \bar{I}_3) + 3 \omega L \bar{I}_4 \quad (5)$$

Les générateurs maintenant au départ les tensions des phases constantes et décalées de 120°, on a

$$\bar{V}_{01} + \bar{V}_{02} + \bar{V}_{03} = 0 \quad (6)$$

d'où

$$0 = \frac{1}{\omega C} (\bar{I}_1 + \bar{I}_3) + 3 \omega L \bar{I}_4 \quad (7)$$

mais

$$I_1 + I_3 = -(I_2 + I_4)$$

d'où

$$\frac{1}{\omega C} (I_2 + I_4) = 3 \omega L \bar{I}_4$$

I_2 sera nul quand $(1/\omega C) = 3 \omega L$ ou

$$3 \omega^2 LC = 1 \quad (8)$$

condition bien connue d'ailleurs.

L doit être calculée d'après la valeur de C qui dépend de la constitution du réseau; on peut ainsi annuler tout courant de terre.

La bobine de Self est appelée *bobine de Petersen*; on peut la remplacer par 3 bobines de Self, une par phase.

Si l'extinction n'est pas parfaite, le courant de défaut est fort atténué.

L'adoption de cette compensation n'est cependant pas toujours recommandable; elle nécessite des couplages convenables des transformateurs pour ne pas avoir des répercussions défavorables sur la haute tension (voir *Revue Brown Boveri* n° 7/8 - 1948).

Cette compensation, qui peut être réglable, est donc, comme nous le disions, un moyen de satisfaire à l'alinéa I de la recommandation n° 2 applicable à la haute et à la basse tension.

Pour la basse tension, l'alinéa 3 de la même recommandation préconise l'adoption d'un appareil de mesure d'isolement avec signal d'alarme.

En Belgique, dans nos réseaux à basse tension, et particulièrement pour les réseaux alimentés par câbles souples, nous disposons d'appareils provenant de différents constructeurs qui permettent de satisfaire à ces exigences. Ce sont des appareils

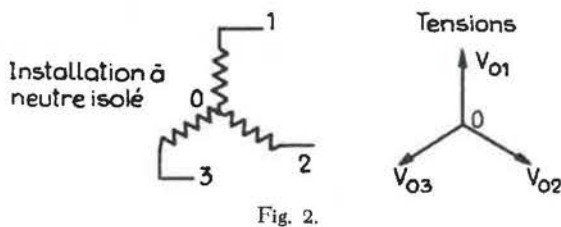


Fig. 2.

construits par les Maisons Merlin Gerin (France), Siemens (Allemagne) et Baldwin (Angleterre).

Dans un charbonnage de Campine, toutes les sous-stations du fond sont pourvues d'appareils de contrôle; tout défaut est automatiquement signalé à la surface et enregistré sur bande. Cela permet de satisfaire au 4^{me} alinéa de la recommandation qui demande que le défaut d'isolement soit recherché au plus tôt par le personnel qualifié pour être réparé dans un délai convenable.

Pour la haute tension, la recommandation conseille, comme pour la basse tension, la limitation éventuelle du courant de terre.

On peut aussi, avec les mêmes réserves que ci-dessus, préconiser la compensation.

En cas de mise accidentelle à la terre, le défaut doit être à tout le moins signalé ou le courant doit être coupé.

Dans un réseau à neutre isolé, chargé symétriquement, le potentiel du centre de l'étoile réelle ou fictive est zéro.

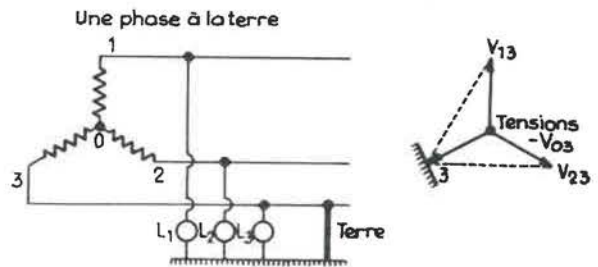


Fig. 3.

Si l'une des phases est mise à la terre, elle prend le potentiel 0 et des lampes ou des voltmètres branchés directement ou indirectement sur les phases changeront d'éclat ou d'indication dès la mise à la terre.

La lampe de la phase défectueuse s'éteindra ou brillera d'un éclat plus faible ou le voltage de l'indicateur diminuera fortement.

Mise hors tension.

L'un des systèmes les plus sûrs, déjà ancien, est le dispositif Merz Price, appliqué notamment en Hollande.

J'en rappelle schématiquement le principe, en ne figurant qu'une phase (fig. 4).

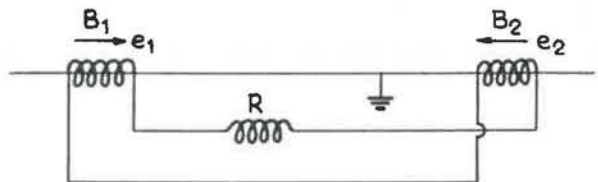


Fig. 4.

Le courant passant dans le conducteur non à la terre est le même aux deux extrémités de la ligne; il induit dans les bobines B₁ et B₂ les forces électromotrices e₁ et e₂, égales mais opposées; il ne passe pas de courant dans le relais; si au contraire une terre se produit en T, le courant de terre qui charge la capacité du réseau, par exemple, change la symétrie du réseau, le courant en B₁ est plus grand ou plus petit qu'en B₂; d'où écart entre e₁ et e₂ et passage du courant dans le relais R.

Ce dispositif de fonctionnement nécessite, comme on le voit, des câbles pilotes; pour chaque câble triphasé, un câble pilote triphasé.

Il est non seulement très coûteux, mais très encombrant, en particulier pour les câbles placés dans les puits.

Ceci est contraire à un principe d'équipement; dans les puits, il doit y avoir le minimum d'accessoires.

Une maison allemande réalise une protection analogue aux dispositifs à basse tension, grâce à l'emploi de câbles spéciaux à caoutchouc conducteur.

Evidemment, on ne peut en envisager l'installation que pour les nouveaux câbles.

Enfin, il nous reste à envisager les relais directionnels, basés sur l'action des courants homopolaires; soit dans leur action sur le « corebalance » comme relais ampèremétriques, soit comme relais Wattmétriques.

M. Bihl et son collaborateur M. Bronner ont fait un bref exposé de l'emploi de ces relais; nous en expliquons certains points.

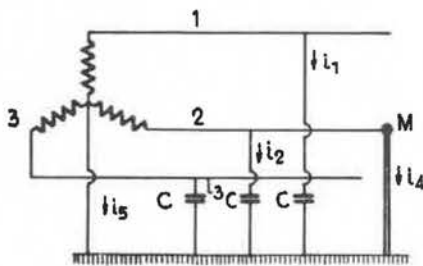


Fig. 5.

Nous rappelons, d'abord, quelques notions sur les réseaux triphasés :

Soit un réseau triphasé avec neutre à la terre, soit C les capacités des conducteurs par rapport à la terre.

Supposons qu'une terre de résistance R se produise en M.

Le réseau est déséquilibré.

Les équations vectorielles suivantes caractérisent son état :

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4 + \bar{I}_5 = 0 \quad (1)$$

$$\bar{V}_{01} = \frac{\bar{I}_1}{\omega C} \quad (2)$$

$$\bar{V}_{02} = \frac{\bar{I}_2}{\omega C} \quad (3)$$

$$\bar{V}_{03} = \frac{\bar{I}_3}{\omega C} \quad (4)$$

Les tensions étant supposées maintenues dans chaque phase

$$\bar{V}_{01} + \bar{V}_{02} + \bar{V}_{03} = \frac{1}{\omega C} (\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) = 0$$

d'où

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$$

et

$$\bar{I}_4 + \bar{I}_5 = 0, \quad \bar{I}_5 = -\bar{I}_4$$

I₁ = I₂ = I₃ en vertu de (2) (3) (4) en valeur absolue, pas en direction.

Les courants ne sont pas égaux dans les 3 phases, dans la phase 1 le courant est \bar{I}_1 ; dans la phase 2 : I₂ + I₄ ou I₁ + I₄, dans la phase 3, I₃ ou I₁.

La résultante des courants dans les 3 phases est donc \bar{I}_1 car $\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4$ se réduit à \bar{I}_1 , $\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$ étant égal à 0 comme le montre la figure 6.

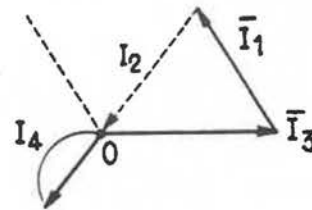


Fig. 6.

I₄ est le courant de défaut, égal à I₅ et de direction opposée. C'est cette résultante, somme vectorielle des courants de phase dans un circuit déséquilibré, avec neutre à la terre ou défaut de terre, qui est appelée courant homopolaire par MM. Bihl et Bronner. (On remarquera, pour être rigoureux, que dans la théorie des composantes symétriques des réseaux déséquilibrés, la composante homopolaire de chaque phase est le 1/3 de la composante homopolaire dont il est question ci-dessus).

Précisons encore que, si un système triphasé est à neutre isolé ou sans défaut de terre, la somme des courants I₁ + I₂ + I₃ = 0, il n'y a pas de

composante homopolaire, même si le réseau est déséquilibré.

Dans l'exemple donné ci-dessus, le courant du défaut de terre est aussi la composante homopolaire. C'est un cas particulier, comme nous le verrons plus loin. M. Bihl fait bien la distinction entre le courant homopolaire et le courant de défaut.

M. Bronner, en utilisant le calcul symbolique et la théorie des composantes symétriques donne, pour la figure 10, les formules suivantes qu'il est nécessaire de connaître, que nous démontrons en annexe en nous aidant de la méthode vectorielle pour les lecteurs peu familiarisés avec la méthode symbolique et la théorie des composantes symétriques.

Dans les notations suivantes C = capacité — R et r résistances.

$$C_{A_1} \text{ est supposé } = C_{A_2} = C_{A_3}$$

$$C_{a_1} \text{ est supposé } = C_{a_2} = C_{a_3}$$

et

$$C_T = C_{A_1} + C_{a_1} =$$

$$C_{A_2} + C_{a_2} =$$

$$C_{A_3} + C_{a_3}$$

Le courant de défaut :

$$(1) \quad I_{dM} = \frac{\overline{V}_{01}}{R + r_n + j\omega(3C_T + C_n)Rr_n} \frac{1 + j\omega(3C_T + C_n)r_n}{R + r_n + j\omega(3C_T + C_n)Rr_n}$$

et le courant homopolaire en N est :

$$(2) \quad I_H = \frac{\overline{V}_{01}}{R + r_n + j\omega(3C_A + C_n)Rr_n} \frac{1 + j\omega(3C_A + C_n)r_n}{R + r_n + j\omega(3C_T + C_n)Rr_n}$$

Puissance homopolaire :

Puissance active :

$$(3) \quad P_H = \frac{V_{01}^2 r_n}{(R + r)^2 + \omega^2 (3C_T + C_n)^2 R^2 r_n^2}$$

Puissance réactive :

$$(4) \quad \pi_H = \frac{V_{01}^2 \omega (3C_A + C_n) r_n^2}{(R + r)^2 + \omega^2 (3C_T + C_n)^2 R^2 r_n^2}$$

Passons à l'application de ces notions.

a) Relais ampèremétrique homopolaire.

Le relais utilisé à cet effet est basé sur les propriétés du transformateur à 5 noyaux ou plus souvent sur le dispositif « core balance » employé fréquemment en Grande-Bretagne.

Si, par suite d'un déséquilibre de phase, le neutre étant mis à la terre, un courant homopolaire s'établit égal à $\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3$, il circule dans le tore un flux magnétique qui met en action le relais R (fig. 7).

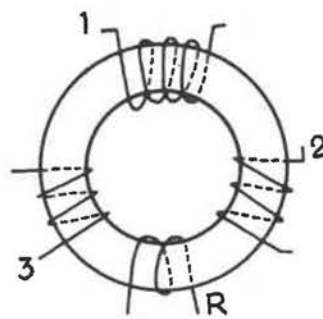


Fig. 7.

En Angleterre, on utilise des relais basés sur l'action du courant homopolaire, comme protection contre la mise à la terre, mais aussi comme protection contre les courts-circuits. La figure 8 donne un exemple d'un tel relais.

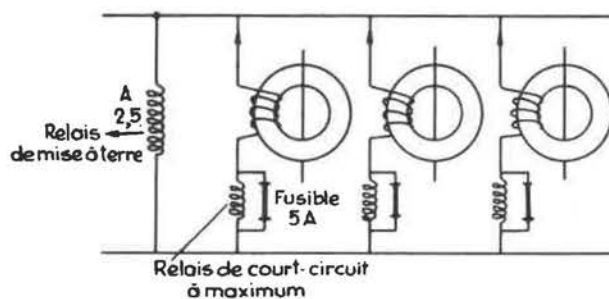


Fig. 8.

En cas de court-circuit, les fusible 5 A fondent et les relais à maximum fonctionnent; en cas de mise à terre, le courant homopolaire actionne le relais de mise à terre; mais ainsi que la figure le montre, ce relais ne fonctionne que sous 2,5 A. M. Bihl fait remarquer avec raison que ces dispositifs n'agissent en général que pour des courants de fuite de plusieurs ampères, sauf des cas exceptionnels où ils fonctionneraient pour 0,5 A.

On a conçu des appareils basés sur le principe du tore, dans lesquels agit le courant de décharge de la capacité du réseau, avant l'état permanent, courant dont la direction par rapport à la tension : terre, centre de l'étoile fictive ou réelle, est bien déterminée, et est différente de celle des courants normaux. On utiliserait, pour rendre plus sensibles ces appareils, des accessoires électroniques. En pratique, nous n'avons pas encore rencontré ce genre d'appareils.

b) Relais directionnels.

M. Bihl dans l'un de ses schémas, que nous reproduisons en le simplifiant (fig. 9), montre les courants instantanés qui naissent lors d'une mise à la terre en M. C'est ce schéma qui peut servir de base à l'étude analytique ou symbolique de la ré-

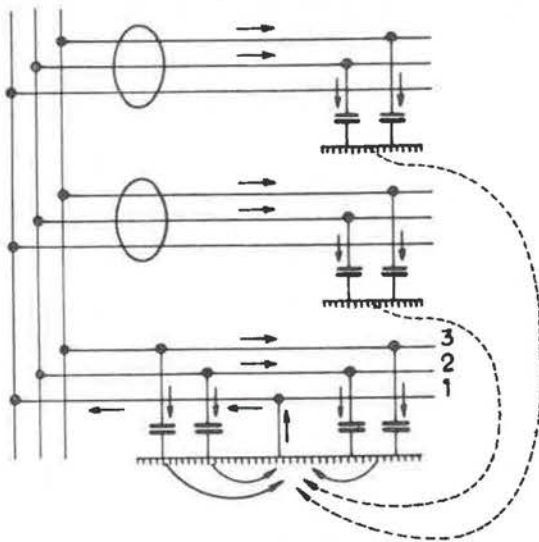


Fig. 9.

partition et de la grandeur des courants et des puissances.

Si l'on fait la représentation graphique des tensions homopolaires et des courants homopolaires, et si l'on remarque que les courants de capacité sont déphasés de 90° par rapport aux tensions, on voit, en se reportant au sens des courants d'après la figure 10, que si, dans une phase saine, on a

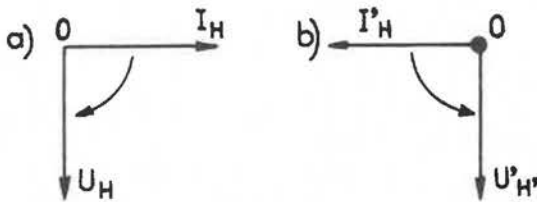


Fig. 10.

la position des vecteurs figurée en a); dans la phase défectueuse, les vecteurs prennent les positions b); il en résulte un changement de sens dans la direction du champ tournant de l'appareil, d'où la possibilité de provoquer un déclenchement ou de donner un signal déterminé.

C'est un appareil basé sur ces idées que la Maison Merlin Gerin a construit récemment et mis à l'essai dans le bassin de Lorraine.

Appliquant les formules précédemment rappelées à différents réseaux, M. Bihl a pris la peine de calculer dans 14 tableaux et de construire des graphiques pour des tensions allant de 5 000 volts à 500 volts, et des réseaux de capacités différentes, les courants de fuite, les courants homopolaires, les puissances homopolaires actives et réactives qu'il faut mettre en jeu pour actionner les relais et mettre hors tension l'élément défectueux, pour des courants homopolaires de faible intensité de 0,1 ampère à 1 ampère.

On ne peut résumer cette partie du travail de M. Bihl; tous ceux qu'il intéresse doivent les analyser avec attention. Pour la Belgique il faudrait les compléter pour les tensions de 6 600 V.

Les conclusions de l'auteur nous paraissent très justes :

Pour les courts-circuits proprement dits, nous possédons des appareils de disjonction très perfectionnés. Nous partageons son avis quant à la préférence à donner à la protection électromagnétique par rapport aux fusibles.

Il souligne l'importance des mises à la terre et en particulier son influence sur la production des courts-circuits proprement dits.

Enfin, il montre une sage prudence dans l'essai systématique des relais Merlin & Gérin. Il sait que, dans des réseaux compensés, on a envisagé des relais directionnels basés sur ce que, en cas de défaut de terre, le courant de défaut, traversant une résistance ohmique, donne un courant watté par rapport à la tension du centre de l'étoile; c'est le principe d'un disjoncteur à puissance wattée. Mais ce système de protection a donné lieu, dans les réseaux, à des inconvénients; ceux-ci provenaient de ce que des feeders fonctionnant en parallèle et reliés à leurs extrémités, n'ayant pas tous la même impédance, échangeaient entre eux des courants wattés pouvant troubler la protection.

Comme nous avons très peu d'informations à ce sujet, nous serons très heureux de voir les résultats des essais en cours en Lorraine.

Enfin, nous reprenons ci-après, en note spéciale, de façon plus explicite qu'ils ne l'ont été et en nous aidant de la méthode vectorielle, les calculs de M. Bronner.

ANNEXE

I. — Calcul du courant de défaut, dans le réseau (fig. 11).

Nous adoptons les mêmes notations que M. Bihl.

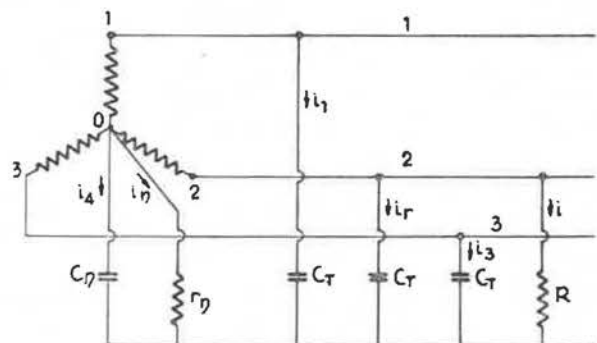


Fig. 11.

Nous nous proposons, connaissant les capacités et les résistances, de calculer le courant de défaut i .

Equations entre grandeurs instantanées :

$$i_1 + i_2 + i_3 + i + i_4 + i_5 = 0 \quad (1)$$

$$v_{12} = \frac{1}{C_T} \int i_1 dt - iR \quad (2)$$

$$-v_{23} = \frac{1}{C_T} \int i_3 dt - iR \quad (3)$$

$$0 = \frac{1}{C_T} \int i_2 dt - iR \quad (4)$$

$$v_{02} = iR - i_n r_n \quad (5)$$

$$0 = \frac{1}{C_4} \int i_4 dt - i_n r_n \quad (6)$$

en additionnant 2, 3 et 4 et en tenant compte de (1) on tire :

$$v_{12} - v_{23} = \quad (7)$$

$$-\frac{1}{C_T} \int i dt - \frac{1}{C_T} \int i_4 dt - \frac{1}{C_T} \int i_n dt - 3iR$$

d'après 6 on a

$$\int i_4 dt = C_4 i_n r_n$$

et par 5

$$\int i_4 dt = C_4 (iR - v_{02}) \quad (8)$$

et enfin

$$\int i_n dt = \int \left(\frac{iR - v_{02}}{r_n} \right) dt \quad (9)$$

et finalement :

$$v_{23} - v_{12} = \frac{1}{C_T} \int i dt + \frac{C_4}{C_T} iR \quad (10)$$

$$-\frac{C_4}{C_T} v_{02} + \frac{R}{C_T r_n} \int i dt - \frac{1}{C_T r_n} \int v_{02} dt + 3iR$$

Vectoriellement on traduit cette équation par :

$$\bar{V}_{23} - \bar{V}_{12} + \frac{C_4}{C_T} \bar{V}_{02} + \frac{\bar{V}_{02} (-\pi/2)}{\omega C_T r_n}$$

$$= \bar{I} R \left(3 + \frac{C_4}{C_T} \right) + \frac{I (-\pi/2)}{\omega C_T} \left(1 + \frac{R}{r_n} \right)$$

en réduisant au même dénominateur et en observant de $\bar{V}_{23} - \bar{V}_{12} = 3\bar{V}_{02}$, on trouve finalement :

$$\bar{V}_{02} \omega (3 C_T + C_4) r_n + \bar{V}_{02} \left(-\frac{\pi}{2} \right)$$

$$= \bar{I} \omega R (3 C_T + C_4) r_n + \bar{I} \left(-\pi/2 \right) (R + r_n)$$

D'où la valeur arithmétique de \bar{I} :

$$I = V_{02} \frac{\sqrt{1 + \omega^2 (3 C_T + C_4)^2 r_n^2}}{\sqrt{(R + r_n)^2 + \omega^2 R^2 (3 C_T + C_4)^2 r_n^2}}$$

valeur identique au module de l'expression symbolique écrite précédemment :

$$I = \frac{V_{02} [1 + j \omega (3 C_T + C_4) r_n]}{R + r_n + j \omega (3 C_T + C_4) R r_n}$$

2. — Calcul du courant homopolaire.

Reprenons la figure 11, mais modifions la, pour donner un exemple du calcul du courant homopolaire d'une section.

Soit à déterminer le courant homopolaire du tronçon situé au-delà de N.

Par définition, ce courant homopolaire est égal à la résultante ou à la somme géométrique des courants qui traversent le core balance, ou qui passent au delà de N; d'où : équation instantanée

$$i_1 + i_2 + i_3 + i = i_h \quad (1)$$

équation vectorielle

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I} = \bar{I}_h \quad (1')$$

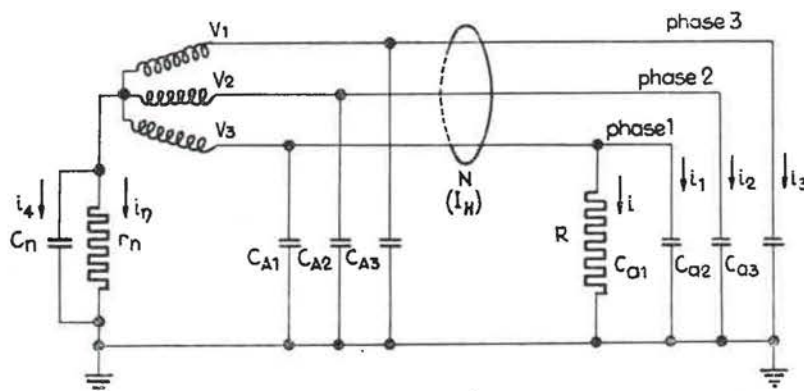


Fig. 12.

N.B. — Raccorder R à la phase 2 — Intervertir 1 et 3.

Dans le calcul du courant de défaut, nous avons désigné par C_T la capacité totale d'une phase par rapport à la terre; si nous désignons par C_a , comme M. Bihl, la capacité d'une phase au-delà de N, et par C_A la capacité d'une phase entre la source et N; $C_T = C_A + C_a$.

Nous calculons comme précédemment l'état du réseau et posons les équations :

$$v_1 = \frac{1}{C_a} \int i_1 dt - i_n r_n \quad (1)$$

$$v_2 = \frac{1}{C_a} \int i_2 dt - i_n r_n \quad (2)$$

$$v_3 = \frac{1}{C_a} \int i_3 dt - i_n r_n \quad (3)$$

ou en équations vectorielles et en tenant compte de ce que la source maintient

$$\bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 = 0, \text{ on a}$$

$$\frac{I_{1(-\pi/2)}}{\omega C_a} + \frac{I_{2(-\pi/2)}}{\omega C_a} + \frac{I_{3(-\pi/2)}}{\omega C_a} = 3 \bar{I}_n r_n \quad (4)$$

où

$$\bar{I}_{1(-\pi/2)} + \bar{I}_{2(-\pi/2)} + \bar{I}_{3-\pi/2} = 3 \omega C_a \bar{I}_n r_n \quad (5)$$

mais $\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I} = \bar{I}_n$

et en vertu de (5), en faisant tourner les vecteurs de $+\pi/2$, on a

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 3 \omega C_a \bar{I}_n \bar{I}_{n(+\pi/2)} r_n$$

d'où

$$3 \omega C_a \bar{I}_n \bar{I}_{n+\pi/2} r_n + \bar{I} = \bar{I}_n$$

D'autre part

$$\bar{I}_n r_n = \bar{I} R - \bar{V}_{02}$$

par suite

$$\bar{I}_n = \bar{I} + 3 \omega C_a R \bar{I}_{(\pi/2)} - 3 \omega C_a V_{02(\pi/2)} \quad (6)$$

On pourrait construire vectoriellement \bar{I}_n , en partant de \bar{I} trouvé plus haut. Mais c'est long et sans être versé dans le calcul symbolique, il suffit de savoir que, multiplier un vecteur par $+j$ ou $\sqrt{-1}$, c'est le faire tourner de 90° dans le sens positif.

Nous pouvons alors écrire l'équation (6) comme ci-dessous

$$\bar{I}_n = \bar{I} + j 3 \omega C_a R \bar{I} - j 3 \omega C_a V_{02} \quad (7)$$

$$= \bar{I} (1 + j 3 \omega C_a R) - j 3 \omega C_a V_{02} \quad (8)$$

mais $\bar{I} = \frac{V_{02} [1 + j \omega (3 C_T + C_n) r_n]}{(R + r) + j \omega (3 C_T + C_n) R r_n}$

d'où 8 devient

$$I_h = \frac{V_2 [1 + j \omega (3 C_T + C_n) r_n]}{(R + r) + j \omega (3 C_T + C_n) R r_n} \times (1 + 3 \omega C_a R) - j 3 \omega C_a V_2 \quad (9)$$

En réduisant au même dénominateur et en développant les calculs, on trouve aisément

$$I_h = V_2 \frac{1 + j \omega [3 (C_T - C_a) + C_n] r_n}{R + r_n + j \omega (C_T + C_n) R r_n} \quad (10)$$

en tenant compte de $C_A = C_T - C_a$ on écrit

$$I_h = V_2 \frac{1 + j \omega (3 C_A + C_n) r_n}{R + r_n + j \omega (C_T + C_n) R r_n} \quad (II)$$

C'est la formule trouvée directement par M. Bronner par le calcul symbolique.

3. — Calcul des puissances homopolaires.

La puissance apparente active et réactive d'une source, est égale à la puissance wattée, plus la puissance déwattée, celle-ci étant additionnée vectoriellement pour donner la puissance apparente

$$P_a = E I \cos \varphi + j E I \sin \varphi$$

Ce qui, pour une force électromotrice E et une intensité $\bar{I} = (I \cos \varphi - j I \sin \varphi)$, s'obtient en multipliant E par l'expression conjuguée du courant

$$I (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

L'expression conjuguée de \bar{I} étant désigné par \bar{I}^v où I^* .

La puissance apparente homopolaire sera égale à la tension homopolaire totale V_n résultant de $\bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3$ qui sera la tension du centre de l'étoile par rapport à la terre, multipliée par l'expression conjuguée de \bar{I}_n .

Or $V_n = I_n r_n$ et $I_n r_n = I R - V_2$

$$(1) \quad V_n = I R - V_2 = V_2 \times R \times \frac{1 + j \omega (3 C_T + C_n) r_n}{R + r_n + j \omega (3 C_T + C_n) R r_n} - V_2$$

$$= -V_2 \frac{r_n}{R + r_n + j \omega (3 C_T + C_n) R r_n}$$

$$(2) \quad I_h = V_2 \frac{1 + j \omega (3 C_A + C_n) r_n}{R + r_n + j \omega (3 C_T + C_n) R r_n}$$

Son conjugué est

$$(2') \quad I_h^* = V_2 \frac{1 - j \omega (3 C_A + C_n) r_n}{R + r_n + j \omega (3 C_T + C_n) R r_n}$$

P_H désignant la puissance homopolaire active
 π_H désignant la puissance homopolaire réactive

$$P_a = P_H + j \pi_H$$

En multipliant 1 par 2' on trouve

$$V_n \overset{\vee}{I}_n = -V_2^2 \frac{r_n - j\omega(3C_A + C_n)r_n^2}{(R + r_n)^2 + \omega^2(3C_A + C_n)^2 R^2 r_n^2}$$

Comme la source maintient $V_1 = V_2 = V_3 = V_1$
on a

(III)	$P_H = - \frac{V^2 r_n}{(R + r)^2 + \omega^2 (3 C_T + C_n)^2 R^2 r_n^2}$ $\pi_H = + \frac{V^2 \omega (3 C_A + C_n) r_n^2}{(R + r)^2 + \omega^2 (3 C_T + C_n)^2 R^2 r_n^2}$
-------	--

Les formules I, II et III sont les mêmes que celles de M. Bronner, sauf que nous avons utilisé V au lieu de E. Nous avons tenu à expliciter les calculs, pour faciliter la lecture de la notation de M. Bronner. Mais les lecteurs verront eux-mêmes la simplicité que le calcul symbolique apporte dans les opérations. La représentation vectorielle est plus parlante, plus physique et plaît aussi mieux au lecteur non spécialisé.

Nous conseillons vivement aux lecteurs que la présente note aura intéressés, d'étudier le travail de M. Bihl.