Essais de calcul d'une barrière-béquille

par G. MIGNION,

Ingénieur au Corps des Mines.

SAMENVATTING

Om de mijnwagens te stoppen die ontijdig een vervoerhelling zouden aflopen, worden meestal aan de voet der hellingen barrelen opgesteld, gevormd door ijzeren profielen, waarvan het ene uiteinde scharnierend bevestigd is aan het dak der galerij, terwijl het andere uiteinde op de vloer rust.

Naar aanleiding van een ongeval, overkomen in een kolenmijn van het bekken van Charleroi, waarbij zulk een barreel in gebreke werd gesteld, heeft de auteur getracht de weerstandsberekening van dergelijke barrelen uit te voeren volgens de methoden in gebruik in twee kolenmijnen van het bekken. Daar deze twee methoden geen overeenstemmende uitslagen gaven, heeft hij een derde methode uitgedacht, die een combinatie vormt van de twee andere en die naar zijn gevoelen beter scheen rekening te houden met de werkelijkheid.

Ter gelegenheid van hetzelfde ongeval heeft de heer Paoletti, Ingenieur verbonden aan het Italiaans Consulaat te Charleroi, eveneens getracht de berekening van zulke barrelen door te voeren. Hij heeft de auteur welwillend toegestaan zijn werk te raadplegen, waaruit bleek dat hij, onder een licht gewijzigde vorm, de tweede methode had toegepast.

Geen der drie beschreven methodes heeft de bedoeling een exacte berekening te geven. Al deze methodes steunen zich op weerstandsformules die slechts toepasselijk zijn bij elastische vervormingen van het metaal, terwijl de beschouwde schokken in werkelijkheid aanleiding geven tot blijvende vervormingen. Zij hebben nochtans de verdienste slechts gebruik te maken van eenvoudige formules die in ieders bereik liggen.

Deze drie methodes worden aan de eventuele experimentatoren voorgelegd. Aan hen na te gaan welke methode het best aan de werkelijkheid beantwoordt en welke de meest aangepast waarde is van de evenredigheidsfactor die erin voorkomt.

Deze nota heeft bijgevolg geen enkele pretentie; haar doel zal bereikt zijn indien zij de aandacht van de betrokkenen trekt op de mogelijkheid zekere veiligheidsschikkingen in de mijnen op oordeelkundige wijze gestalte te geven en aldus het gebruikelijke empirisme af te leggen.

RESUME

En vue de recevoir le choc de wagonnets dévalant intempestivement des galeries inclinées, on place généralement au pied de celles-ci des barrières-béquilles. Les barrières-béquilles sont constituées par des poutrelles articulées par une de leurs extrémités au toit de la galerie et reposant par l'autre extrémité sur le sol.

Lors d'un accident survenu dans un charbonnage du Bassin de Charleroi, une telle barrière-béquille fut mise en défaut. A cette occasion, j'ai tenté de faire le calcul de la béquille en utilisant des méthodes appliquées dans deux charbonnages du Bassin. Ces deux méthodes ne donnant pas des résultats concordants, j'ai imaginé une troisième méthode amalgamant les deux premières et me paraissant mieux tenir compte de la réalité.

A l'occasion du même accident, M. Paoletti, Ingénieur attaché au Consulat d'Italie à Charleroi, a de son côté également tenté le calcul d'une barrière-béquille. Il m'a obligeamment permis de consulter son travail, d'où il est résulté qu'il avait appliqué, sous une présentation légèrement différente, la deuxième des trois méthodes décrites dans la présente note.

Aucune des trois méthodes exposées n'a l'ambition de fournir le calcul rigoureux d'une barrière-béquille; elles utilisent toutes des formules de résistance des matériaux applicables seulement dans le cas de déformations élastiques du métal, alors que les chocs considérés donnent lieu à des déformations permanentes. Elles ont toutefois le mérite de ne faire usage que de formules simples à la portée de tous.

Ces trois méthodes s'offrent au choix d'expérimentateurs éventuels; à eux de décider laquelle de ces méthodes s'approche le plus de la réalité. A eux également de choisir, dans chaque méthode, la valeur la plus adéquate du coefficient de proportionnalité qui y figure.

Ces notes n'ont donc aucune prétention; elles auront atteint leur but si elles attirent l'attention de l'un ou l'autre sur la possibilité qu'il pourrait y avoir de proportionner judicieusement certains dispositifs de sécurité utilisés dans les mines et de s'écarter ainsi d'un empirisme routinier.

La résolution du problème posé exige tout d'abord la connaissance de la vitesse V prise par les wagonnets à leur arrivée sur la béquille, ainsi que celle de leur énergie cinétique E_c à ce moment.

Considérons un wagonnet lâché au sommet d'une galerie inclinée.

Soit P : le poids du wagonnet chargé,
α : l'inclinaison de la galerie sur l'horizontale.
L : le chemin parcouru par le wagonnet depuis le moment où il a été lâché jusqu'au moment de son contact avec la béquille,
φ : le coefficient de résistance au roulement du wagonnet. Ce coefficient varie de 0,05 à 0,01. Nous adopterons $\varphi = 0{,}01$.

Le poids P se décompose en les composantes suivantes (fig. 1) :

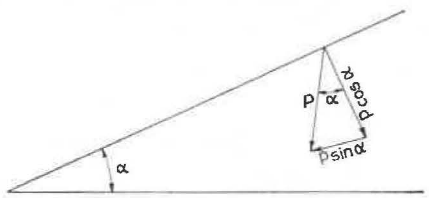

Fig. 1.

P . cos α perpendiculaire à l'axe de la galerie,
P . sin α parallèle à l'axe de la galerie.

La force F qui entraîne le wagonnet suivant l'axe de la galerie vaut :

$$F = P \cdot \sin\alpha - 0{,}01 \cdot P \cdot \cos\alpha$$
$$= P \cdot (\sin\alpha - 0{,}01 \cos\alpha)$$

Le travail de cette force sur le parcours L de la galerie inclinée vaut :

$$T = F \cdot L = P \cdot L \cdot (\sin\alpha - 0{,}01 \cos\alpha)$$

Ce travail est transformé intégralement en énergie cinétique. Soit E_c la valeur de cette énergie cinétique. On a :

$$T = E_c = P \cdot L \cdot (\sin\alpha - 0{,}01 \cos\alpha) \qquad \text{(formule 1)}$$

Comme $E_c = (P/2\,g)\,V^2$, nous déduirons :

$$(P/2\,g)\,V^2 = P \cdot L \cdot (\sin\alpha - 0{,}01 \cos\alpha)$$

D'où :

$$V = \sqrt{2\,g \cdot L \cdot (\sin\alpha - 0{,}01 \cdot \cos\alpha)} \qquad \text{(formule 2)}$$

Exemples.

Exemple I : emprunté à un procès-verbal d'accident survenu au Charbonnage du Gouffre.

On avait dans ce cas :

P = 1100 kg
α = 20°, d'où sin α = 0,342
et cos α = 0,937
L = 67 m.

On en déduit :

$$E_c = 1100 \cdot 67 \cdot (\sin 20^\circ - 0{,}01 \cdot \cos 20^\circ)$$
$$= 24.515 \text{ kgm}$$

et $$V = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 67 \cdot (\sin 20^\circ - 0{,}01 \cdot \cos 20^\circ)}$$
$$= 20{,}9 \text{ m/sec ou } 75 \text{ km/heure.}$$

Exemple II : emprunté à une situation ancienne ayant existé au Charbonnage du Centre de Jumet et y ayant donné lieu à un accident.

On avait dans ce cas :

P = 1200 kg
α = 12°30', d'où sin α = 0,216
et cos α = 0,974
L = 120 m.

On en déduit :

$$E_c = 1200 \cdot 120 \cdot (\sin 12^\circ30' - 0{,}01 \cdot \cos 12^\circ30')$$
$$= 29.700 \text{ kgm}$$

et

$$V = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 120 \cdot (\sin 20^\circ30' - 0{,}01 \cdot \cos 20^\circ30')}$$
$$= 22 \text{ m/sec ou } 79 \text{ km/heure.}$$

Remarques :

a) Les exemples ci-dessus montrent qu'on commet une erreur de 5 % maximum par excès dans l'évaluation de l'énergie cinétique acquise par le wagonnet en négligeant sa résistance au roulement. En négligeant cette résistance, les formules (1) et (2) ci-dessus deviennent :

$$E_c = P \cdot L \cdot \sin\alpha \qquad \text{(formule 1')}$$

$$V = \sqrt{2\,g \cdot L \cdot \sin\alpha} \qquad \text{(formule 2')}$$

b) Si au départ le wagonnet possède une vitesse initiale V_0, on doit écrire :

$$E_c = (P/2\,g)\,V^2 = (P/2\,g)\,V_o^2 + P\,.\,L\,.\sin\alpha$$
(formule 1")

$$V = \sqrt{V_o^2 + 2\,g\,.\,L\,.\sin\alpha}$$ (formule 2")

Passons maintenant au calcul de la béquille proprement dite. Nous considérerons deux méthodes de calcul; la première méthode est utilisée au Charbonnage du Nord de Gilly, tandis que la deuxième méthode a été appliquée au Charbonnage du Centre de Jumet. Je considérerai ensuite une variante de la première méthode.

Première méthode.

On considère ici que la béquille a une fonction d'arrêt, ce qui suppose qu'elle est assez fortement inclinée par rapport au sol.

On s'impose lors du choc un déplacement maximum du centre de gravité du wagonnet. Ce déplacement comporte :

1) le glissement du pied de la béquille sur le sol,
2) la déformation inévitable du coffre du wagonnet,
3) la déformation en principe élastique de la béquille.

Au Charbonnage du Nord de Gilly, on s'impose arbitrairement un déplacement maximum de 1,00 m.

Connaissant l'énergie cinétique du wagonnet, on en déduit la valeur moyenne de la force qui annihile cette énergie cinétique sur un déplacement de 1,00 m.

Si l'énergie cinétique E_c est exprimée en kgm, cette force exprimée en kg vaudra :

$$E_c/1 = E_c$$

Désignons par ω l'angle d'inclinaison de la béquille par rapport au sol (fig. 2).

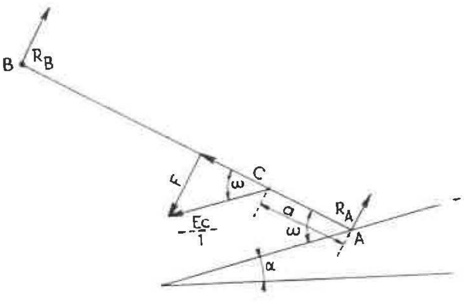

Fig. 2.

La force précitée peut se décomposer en :

— une composante $F = E_c\,.\sin\omega$ perpendiculaire à la béquille et qui engendre une flexion de celle-ci;
— une composante $C = E_c\,.\cos\omega$ parallèle à la la béquille et provoquant la compression de celle-ci.

Soit *a* la distance du point d'application de ces composantes au pied de la béquille et *l* la longueur de la béquille.

La composante F perpendiculaire à la béquille engendre aux appuis les réactions suivantes :
au pied de la béquille :

$$R_A = \frac{E_c\,.\sin\omega\,.\,(l - a)}{l}$$

au sommet de la béquille :

$$R_B = \frac{E_c\,.\sin\omega\,.\,a}{l}$$

Le moment de flexion maximum se produit au droit du point d'application. Il vaut :

$$M = \frac{E_c\,.\sin\omega\,.\,(l - a)\,.\,a}{l}$$

Soit I : le moment d'inertie de la poutrelle,
S : sa section,
v : sa demi-hauteur.

Le taux de fatigue t_f à la flexion est donné par la formule d'équarrissage et vaut :

$$t_f = \frac{M}{I/v} = \frac{E_c\,.\sin\omega\,.\,(l - a)\,.\,a}{l\,.\,(I/v)}$$

Le taux de fatigue à la compression vaut :

$$t_c = \frac{E_c\,.\cos\omega}{S}$$

On doit avoir :

$$t_f + t_c \leqslant R/k$$

R étant le taux de fatigue à la rupture et k le coefficient de sécurité admis.

Remarque :

Pour calculer les dimensions à donner au pivot, on remarquera qu'il est soumis à l'effort :

$$\sqrt{C^2 + R_B^2} = \sqrt{E_c^2\,.\cos^2\omega + \frac{E_c^2\,.\sin^2\omega\,.\,a^2}{l^2}}$$

Cet effort tend à provoquer le double cisaillement du pivot.

Exemples :

Reprenons les situations des deux exemples traités plus haut.

Premier exemple :

Nous avions établi que E_c = 24.515 kgm. Cette énergie cinétique correspond à une force de ralentissement de 24.515 kg.

D'autre part, dans le cas de cet exemple, on a :

l = 3,50 m,
a = 0,43 m,
ω = 45°, d'où $\sin\omega = \cos\omega$ = 0,71.

On en déduit :

$$M = \frac{24.155 \cdot \sin 45^\circ \cdot (3{,}50 - 0{,}43) \cdot 0{,}43}{3{,}50}$$

$$= 6.550 \text{ kgm}$$

et $$C = 24.515 \cdot \cos 45^\circ = 17.350 \text{ kg}.$$

Adoptons $R/k = 10$ kg/mm².

Essayons différents profils normaux I. Nous constaterons que le profil P.N.34, pour lequel $I/v = 923.000$ mm³ et $S = 8.680$ mm². est le profil le plus faible résistant aux sollicitations envisagées.

En effet, on calculera :

$$t_f = 6.550.000/923.000 = 7{,}1 \text{ kg/mm}^2$$
$$t_c = 17.350/8.680 = 2{,}0 \text{ kg/mm}^2$$
$$t_f + t_c = 7{,}1 + 2{,}0 = 9{,}1 \text{ kg/mm}^2 < 10 \text{ kg/mm}^2.$$

Deuxième exemple :

Nous avions établi que $E_c = 29.700$ kgm correspondant à une force de ralentissement de 29.700 kg.

D'autre part, on a dans ce deuxième exemple :

$l = 4{,}00$ m,
$a = 0{,}73$ m,
$\omega = 24°30'$, d'où $\sin \omega = 0{,}414$
et $\cos \omega = 0{,}907$.

Suivant le même processus de calcul que dans l'exemple précédent, on calculerait :

$$M = 7.350 \text{ kgm} \quad \text{et} \quad C = 27.000 \text{ kg}.$$

De la même manière que ci-dessus, on vérifierait que le profil P.N.34 est trop faible, mais on constaterait que le profil P.N.36, pour lequel $I/v = 1.089.000$ mm³ et $S = 9.710$ mm², résiste aux sollicitations considérées.

Pour ce profil, on aurait en effet :

$$t_f + t_c = 6{,}75 + 2{,}78 = 9{,}53 \text{ kg/mm}^2 < 10 \text{ kg/mm}^2.$$

Deuxième méthode.

On considère ici que la béquille a une fonction déviatrice. Elle doit dévier le wagonnet vers le toit de la galerie. L'arrêt définitif du wagonnet est dans ce cas obtenu, soit par son renversement, soit par son entrée en contact avec le toit. Pour que la béquille puisse dévier le wagonnet, il convient qu'elle ne soit que faiblement inclinée par rapport au sol. Seule, dans ce cas, la composante de la vitesse perpendiculaire à la béquille donne naissance à une réaction avec choc de la béquille, annihilant l'énergie cinétique correspondante.

Soit ω l'inclinaison de la béquille par rapport au raillage. La vitesse v à considérer vaudra :

$$v = V \cdot \sin \omega$$

et l'énergie cinétique e_c correspondante vaudra :

$$e_c = E_c \cdot \sin^2 \omega$$

Une partie de cette énergie cinétique est absorbée par le travail des tensions internes lors de la flexion. Le pourcentage de cette énergie absorbée par la flexion dépend du rapport des masses en présence et du degré d'élasticité du choc.

Soit P le poids du wagonnet,
Q le poids de la béquille.

Suivant le cours de M. E. Gysen de la Faculté Polytechnique de Mons, le pourcentage r de cette énergie cinétique absorbé lors de la flexion vaut :

$$r = \frac{P \cdot (P + 8/15 \cdot Q)}{(P + 2/3 \cdot Q)^2}$$

en supposant que le choc soit appliqué au milieu de la poutre et qu'il n'y ait pas rebondissement.

Chiffrons ce rapport :

si Q est très petit devant P, $r \approx 1$;
si $Q = 300$ kg pour $P = 1200$ kg (valeurs habituelles) :

$$r = \frac{1200 \cdot (1200 + 8/15 \cdot 300)}{(1200 + 2/3 \cdot 300)^2} = 0{,}83$$

Le Charbonnage, de son côté, avait adopté pour valeur de r l'expression suivante tirée du cours de M. Vierendeel, de l'Université de Louvain :

$$r = \frac{P}{P + K \cdot Q} \quad \text{avec } K = 0{,}5$$

En chiffrant ce rapport, nous aurions obtenu :

$$r = \frac{1200}{1200 + 0{,}5 \cdot 300} = 0{,}89$$

On voit, par les exemples suivants, que la valeur du coefficient r passe de 1 à 0,86 en moyenne lorsque le rapport Q/P passe de 0 à 0,25.

Etant donné la valeur voisine de 1 du coefficient r et l'imprécision sur sa détermination exacte, il paraît défendable de poser $r = 1$, la différence entre 1 et la valeur réelle de r étant incluse dans le coefficient de sécurité du calcul.

Dès lors, l'énergie cinétique absorbée par flexion par la poutre vaudra :

$$e_c = E_c \cdot \sin^2 \omega$$

D'autre part, le travail des tensions internes lors de la flexion vaut en fonction de la tension maximum :

$$T = \frac{t^2 \cdot l \cdot I}{6 E \cdot v^2}$$

avec les notations suivantes :

t = tension maximum dans le métal de la poutre,
l = longueur de la poutre,
I = moment d'inertie de la poutre,
E = coefficient d'élasticité du métal (20.000 kg/mm²)
v = demi-hauteur de la poutre.

Cette formule suppose que la charge appliquée à la poutre est centrée en un point; elle est valable quel que soit le point d'application de la charge.

Ecrivons :

Energie cinétique du wagonnet à son arrivée sur la poutre + travail des forces extérieures lors de la flexion de la poutre = travail des forces intérieures.

Le travail des forces extérieures lors de la flexion est égal au produit du poids du wagonnet par la composante verticale de la flèche. Si f désigne la flèche, ce travail vaut $P \cdot f \cdot \cos(\omega - \alpha)$. Comme $f \cdot \cos(\omega - \alpha)$ est faible vis-à-vis de la chute de niveau du wagonnet lors de sa descente dans la galerie inclinée, nous pourrons négliger le travail des forces extérieures lors de la flexion de la poutre vis-à-vis de l'énergie cinétique du wagonnet à son contact avec la béquille. D'ailleurs, l'omission de ce terme compensera dans une certaine mesure la surestimation du coefficient r cité auparavant.

Dès lors, on pourra écrire :

$$E_c \cdot \sin^2 \omega = \frac{t^2 \cdot l \cdot I}{6 E \cdot v^2} \qquad \text{(formule 3)}$$

L'expérience a prouvé au Centre de Jumet (cas de l'exemple 2) qu'une poutre de 4,00 m de longueur inclinée de 24°30' par rapport au sol et pour laquelle :

$$v = 15 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad I = 12.352 \text{ cm}^2$$

résistait à ce choc.

Cherchons à calculer dans ce cas la tension maximum dans le métal.

On peut écrire :

$$t = \sin \omega \cdot v \cdot \sqrt{\frac{6 E_c \cdot E}{l \cdot I}}$$

$$= \sin 24°30' \cdot 15 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot 2.970.000 \cdot 2.000.000}{400 \cdot 12.352}}$$

$$= 16.700 \text{ kg/cm}^2 = 167 \text{ kg/mm}^2.$$

Ce taux de fatigue n'a évidemment pas été atteint puisque la béquille a supporté le choc et que le taux de fatigue à la rupture de l'acier doux normal est d'environ 42 kg/mm².

Il faut en conclure qu'une partie notable de l'énergie cinétique disponible a été absorbée :

1) par déformation du wagonnet et rupture de certaines parties de celui-ci;

2) par échauffement du métal et arrachement de copeaux incandescents.

Eventuellement, une certaine déformation permanente a subsisté dans la béquille. Cette déformation permanente, si elle est légère, peut avoir échappé à un examen sommaire, comme cela a été vraisemblablement le cas au fond de la mine. Comme les formules employées ci-dessus supposent une déformation élastique du métal de la béquille, le taux de fatigue élevé qui a été calculé correspond au diagramme tension-allongement du métal à l'ordonnée du sommet du triangle rectangle OAB d'aire égale à l'aire réelle de travail de déformation OA'B', laquelle, pour bénéficier d'un coefficient de sécurité, ne doit représenter qu'une fraction de l'aire totale de travail à la rupture (fig. 3).

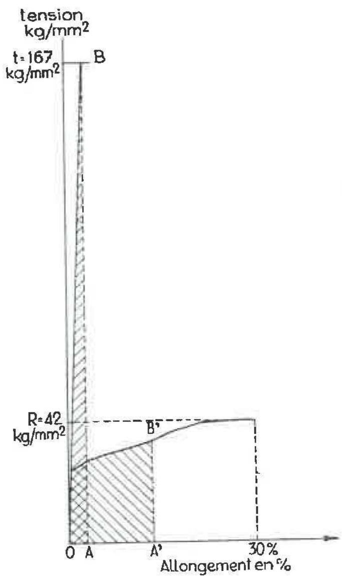

Fig. 3.

Le taux de travail trouvé est donc un taux de travail fictif à substituer éventuellement à la place de t dans la formule (3) ci-dessus, lors du calcul des dimensions de la béquille.

Remarquons d'autre part que, si la béquille essayée au Centre de Jumet a donné satisfaction, il est également possible que des poutrelles de profils plus faibles puissent résister avec autant de succès au choc.

Reprenons la formule (3) :

$$E_c \cdot \sin^2 \omega = \frac{t^2 \cdot l \cdot I}{6 E \cdot v^2}$$

Nous en tirerons :

$$\frac{I}{v^2} = \frac{6 E \cdot E_c \cdot \sin^2 \omega}{t^2 \cdot l}$$

Etant donné que les aciers utilisés pour les poutrelles possèdent des caractéristiques mécaniques voisines, nous pouvons écrire, sans nous préoccuper des considérations précédentes :

$$\frac{I}{v^2} = K \cdot \frac{E_c \cdot \sin^2 \omega}{l} \qquad \text{(formule 4)}$$

K étant un coefficient à déterminer par expérimentation dans un cas particulier.

Application de la formule 4 :

Reprenons le premier exemple. On avait dans ce cas :

$$E_c = 24.515 \text{ kgm},$$
$$\omega = 45°$$
$$l = 3.50 \text{ m}.$$

Nous avions calculé par la première méthode que le profil P.N.34 convenait. Pour ce profil, on a $I/v = 923\ cm^3$ et $v = 17\ cm$. D'où $I/v^2 = 923/17 = 54{,}2\ cm^2$.

Utilisant la formule (4), nous allons en déduire la valeur de K correspondante :

$$K = \frac{54{,}2 \,.\, 3{,}50}{24.515 \,.\, \sin^2 45^\circ} = 0{,}0153$$

Servons-nous de cette valeur K pour calculer par la deuxième méthode la béquille du deuxième exemple.

Dans le deuxième exemple, nous avions :

$$E_c = 29.700\ \text{kgm},$$
$$\omega = 24^\circ 30',$$
$$l = 4{,}00\ \text{m}.$$

D'où :

$$\frac{I}{v^2} = 0{,}0153 \,.\, \frac{29.700 \,.\, \sin^2 \omega\ 24^\circ 30'}{4{,}00} = 19{,}5\ cm^2$$

Le profil I P.N.20, pour lequel $I/v^2 = 21{,}4\ cm^2$, est le profil le plus faible résistant à la sollicitation considérée.

Avec la deuxième méthode, un profil P.N.20 suffirait alors que la première méthode imposait un profil P.N.36. Ceci est dû à l'influence prépondérante du terme $\sin^2 \omega$, la deuxième méthode assignant à la béquille une fonction déviatrice, tandis que la première méthode lui assigne une fonction d'arrêt.

Remarque :

Dans la deuxième méthode, le pivot de la béquille doit évidemment être proportionné au profil de celle-ci. Pour ce faire, on évalue la charge concentrée au point d'impact que peut supporter la poutrelle travaillant avec un taux de fatigue normal ($10\ kg/mm^2$) et on en déduit les réactions aux appuis. Connaissant la réaction à l'appui supérieur, on en déduit les dimensions du pivot qui travaille au double cisaillement.

Variante de la première méthode.

Il est peu probable que le choc sur une béquille, même inclinée à 45°, engendre dans celle-ci un effort de compression appréciable. En effet, même avec cette inclinaison, le wagonnet montera sur la béquille.

Seule donc la composante $V \,.\, \sin \omega$ de la vitesse du wagonnet, perpendiculaire à la béquille, est à considérer. Elle seule donne naissance à une réaction avec choc de la béquille, annihilant l'énergie cinétique correspondante.

Cette énergie cinétique vaut :

$$E_c \,.\, \sin^2 \omega$$

Imposons-nous, comme dans la première méthode, un déplacement *maximum* D, perpendiculaire cette fois à la béquille, déplacement le long duquel l'énergie cinétique d'impact s'amortira.

La force F qui permet d'absorber l'énergie cinétique d'impact sur la distance D vaut :

$$F = \frac{E_c \,.\, \sin^2 \omega}{D}$$

Nous reportant aux calculs effectués lors de l'étude de la première méthode, nous pourrons écrire l'expression du moment fléchissant maximum. Il vaut :

$$M = \frac{E_c \,.\, \sin^2 \omega \,.\, a \,.\, (l - a)}{D \,.\, l}$$

Nous n'avons plus à tenir compte ici d'un effort de compression.

Imposons-nous un taux maximum de fatigue à la flexion. Ce taux de fatigue vaut R/k, R étant le taux de fatigue à la rupture et k le coefficient de sécurité choisi.

La formule d'équarrissage nous permet dès lors de calculer I/v :

$$\frac{I}{v} = \frac{M}{R/k} = \frac{k \,.\, E_c \,.\, \sin^2 \omega \,.\, a \,.\, (l - a)}{R \,.\, D \,.\, l} \quad \text{(formule 5)}$$

Remarquons encore que tous les aciers utilisés pour les poutrelles ont sensiblement les mêmes propriétés mécaniques. Sans nous préoccuper de la valeur à imposer pour D, nous pourrons dès lors écrire:

$$\frac{I}{v} = K' \,.\, \frac{E_c \,.\, \sin^2 \omega \,.\, a \,.\, (l - a)}{l} \quad \text{(formule 6)}$$

K' étant un coefficient à déterminer par expérimentation dans un cas particulier.

Application de la formule (6) :

Reprenons le premier exemple. On avait dans ce cas :

$$E_c = 24.515\ \text{kgm}.$$
$$\omega = 45^\circ,$$
$$l = 3{,}50\ \text{m},$$
$$a = 0{,}43\ \text{m}.$$

Nous avions établi, lors de l'étude de la première méthode, que le profil P.N.34 convenait. Pour ce profil, on avait $I/v = 923\ cm^3$.

Utilisant la formule 6, nous allons en déduire la valeur de K' correspondante :

$$K' = \frac{923 \,.\, 3{,}50}{24.515 \,.\, \sin^2 \,.\, 45^\circ \,.\, 0{,}43 \,.\, 3{,}07} = 0{,}197$$

Servons-nous de cette valeur de K' pour calculer par la formule (6) la béquille du deuxième exemple.

Dans le deuxième exemple, on avait :

$$E_c = 29.700\ \text{kgm},$$
$$\omega = 24^\circ 30',$$
$$l = 4{,}00\ \text{m},$$
$$a = 0{,}73\ \text{m}.$$

$$\frac{I}{v} = 0{,}197 \,.\, \frac{29.700 \,.\, \sin^2 24^\circ 30' \,.\, 0{,}73 \,.\, 3{,}27}{4{,}00}$$

$$= 598\ cm^3$$

Le profil I P.N.30, pour lequel $I/v = 653$ cm³, est le profil le plus faible résistant à la sollicitation considérée.

Par la première méthode, nous avions trouvé un profil P.N.36. Par la deuxième méthode, nous avions trouvé un profil P.N.20. La présente variante nous impose un profil P.N.30.

La variante constitue donc un compromis entre la première et la deuxième méthode. Elle considère en somme la béquille comme ayant à la fois une mission d'arrêt et une mission de déviation. Elle tient compte de l'inclinaison de la béquille par son terme $\sin^2 \omega$, mais l'influence de ce terme est tempérée par le terme « a » qui augmente lorsque ω diminue.

N. B. — Au Centre de Jumet, on avait expérimenté que, dans le cas du deuxième exemple, une poutrelle de profil sensiblement équivalent au P.N.32 donnait satisfaction. La solution P.N.30 de la variante paraît en conséquence plus proche de la réalité que la solution P.N.36 de la première méthode.

Remarque :

Pour le calcul du pivot, on s'inspirera des considérations émises lors de l'examen de la deuxième méthode.

Conclusion.

La formule (6) qui vient d'être établie semble devoir permettre de proportionner judicieusement une béquille en fonction des efforts à subir. Elle tient compte à la fois de l'énergie cinétique du wagonnet, de l'angle d'inclinaison de la béquille, de sa longueur et de la position du point d'impact sur la béquille.

Cette formule s'écrit :

$$\frac{I}{v} = K \cdot \frac{E_c \cdot \sin^2 \omega \cdot a \cdot (l - a)}{l}$$

avec $E_c = P \cdot L (\sin \alpha - 0{,}01 \cos \alpha)$

Le coefficient K reste évidemment à déterminer. Sa détermination doit être le résultat d'une expérimentation.

Au cours des calculs, nous avions adopté pour K la valeur 0,197 très voisine de 0,2. Cette valeur de K supposait que I/v était exprimé en cm³, E_c en kgm, et en fin l, a, l — a, en *m*. Elle conduisait à des résultats paraissant normaux, mais rien ne dit que cette valeur de K est la meilleure.

La formule ci-dessus donne directement la valeur de I/v et est en conséquence facile à calculer.

Le calcul des béquilles conduit à émettre les remarques suivantes :

1) il y a avantage à donner aux béquilles une faible inclinaison par rapport au sol (on diminue ainsi la valeur du facteur $\sin^2 \omega$);

2) il faut éviter que, sous le choc, la poutrelle tourne de 90° autour de sa fibre neutre et ne se présente par son petit moment d'inertie. Dans ce but :

a) on fixera la béquille par un pivot, plutôt que de l'attacher par chaîne et câble;

b) plutôt que des profils normaux, on utilisera des profils composés (constitués par exemple par deux poutrelles distantes l'une de l'autre de 25 cm et entretoisées entre elles);

3) afin d'absorber le maximum d'énergie par frottement sur le sol, il y aurait, à mon avis, intérêt à terminer la béquille par un profil recourbé, de résistance moindre que la béquille proprement dite, qui se déformerait en glissant sur le sol (fig. 4). Ce profil recourbé pourrait être boulonné de manière à pouvoir être remplacé facilement.

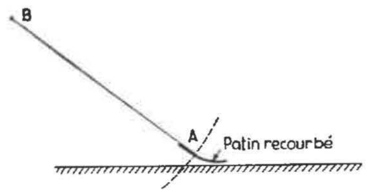

Fig. 4.

Il reste toutefois évident que le profilé recourbé doit être le plus court possible pour permettre à la béquille proprement dite de se coincer entre toit et mur dans une position fortement inclinée sur le sol après mise en défaut du patin recourbé.

Remarque :

Les calculs ci-dessus ont été établis en supposant qu'un seul wagonnet dévalait la galerie inclinée. Il n'y a pas lieu à mon avis de considérer le cas de plusieurs wagonnets dévalant simultanément la galerie inclinée. Généralement, les oscillations des wagonnets sur les rails se contrarient; de ce fait, l'un au moins des wagonnets déraille ou même se renverse, freinant ainsi les autres wagonnets. D'autre part, l'ensemble des wagonnets ne forme pas bloc; il n'y a pas choc unique, mais une série de chocs qui se succèdent. Enfin, chaque wagonnet joue le rôle de tampon amortisseur pour les wagonnets qui le suivent.