

Procédé optique
POUR LE
rattachement d'un levé de surface
à un levé souterrain

PAR
L. PAUWEN,
Chargé de Cours à l'Université de Liège.

INTRODUCTION

Le procédé classique de rattachement d'un levé de surface à un levé souterrain consiste, comme on le sait, lorsque l'on ne dispose que d'un seul puits vertical, à faire usage de deux fils à plomb, les plus distants possible et fortement tendus par deux poids, que l'on fait baigner dans un liquide en vue d'amortir leurs oscillations. Ce procédé bien appliqué donne d'excellents résultats, mais les mesures peuvent être affectées, surtout aux grandes profondeurs, d'une erreur systématique provenant d'une déviation du plan des aplombs sous l'action constante de courants d'air passant des galeries vers le puits ou inversement. Il est souvent difficile, si pas complètement impossible, d'obvier à ce grave inconvénient qui risque de compromettre complètement les opérations.

Pour remédier à ce défaut, M. le Professeur Dehalu (1) a tenté, il y a quelques années, l'essai d'un procédé optique et a

(1) M. DEHALU. Sur un procédé de rattachement d'un levé de surface à un levé souterrain et son application aux mesures d'étoiles doubles, *Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège*, 3^e série, t. XIII.

démontré que la précision des mesures dépend essentiellement de la puissance de la lunette de visée. J'ai pensé qu'il serait intéressant en partant de cette idée de faire une étude systématique des procédés applicables à un théodolite ordinaire possédant une lunette susceptible de supporter des grossissements plus importants que ceux dont on fait habituellement usage.

Le procédé consiste à disposer dans le puits à la hauteur de l'étage qu'il s'agit de rattacher à la surface, deux signaux lumineux constitués par des lampes électriques pointolites qui seront décrites plus loin en détail. A la surface, au-dessus du puits, sensiblement dans le plan vertical de ces lampes, on installe un théodolite à lunette plongeante au moyen de laquelle on effectue simultanément des visées sur les signaux lumineux et sur un signal fixe placé à la surface à quelque distance du puits.

Une faible inclinaison de l'axe de rotation de la lunette est ici sans importance puisque la direction de la lunette amenée horizontalement pour le pointé du signal de surface se trouve ainsi dans une position parallèle à la droite joignant les signaux lumineux du fond. Mais nous montrerons que les variations d'inclinaison de cet axe de rotation au cours des mesures peuvent affecter celles-ci d'une manière très sensible.

La méthode optique impose, comme nous l'avons dit, de forts grossissements. On sait que le grossissement est donné par le rapport de la distance focale de l'objectif à la distance focale de l'oculaire. Dans les théodolites utilisés en topographie, celle-ci n'est guère inférieure à 8 mm., de sorte que le grossissement d'une lunette de 200 mm. de distance focale sera de vingt-cinq fois, ce qui est tout à fait insuffisant pour le but que nous poursuivons. Nous avons obvié à cet inconvénient en remplaçant l'oculaire par un microscope muni d'un objectif et d'un oculaire respectivement de 8 et 30 mm. de distances focales. De cette façon, on obtient un grossissement de 140 fois environ qu'un bon objectif peut facilement supporter. Cependant, comme la limite des grossissements utilisables dépend des qualités optiques de l'objectif, on se trouve vite arrêté dans le choix d'un grossissement quelque peu important. C'est pourquoi nous avons fait usage d'une lunette munie d'un objectif Zeiss de 35 mm. d'ouverture qui convenait parfaitement à notre but.

Notre conclusion est que la méthode optique est susceptible d'une précision suffisante et que son emploi peut être recommandé; elle présente d'incontestables avantages sur la méthode des aplombs lorsqu'il s'agit d'atteindre des profondeurs dépassant 300 à 400 mètres.

Qu'il me soit permis en terminant cette introduction de rendre hommage à M. le Professeur Dehalu pour les conseils éclairés qu'il n'a cessé de me prodiguer au cours de ce travail; à M. Masy, directeur-gérant des Charbonnages de Bonne-Espérance, Batterie, Violette et Wandre; à M. Tibaux, directeur des travaux qui ont mis très aimablement à ma disposition un puits du charbonnage de la Batterie pour y effectuer mes expériences; enfin, à M. Charles Henrard, directeur du siège des Taves dont l'aide m'a été précieuse dans l'organisation matérielle de mon travail.

I. — Description des appareils.

1. *Signaux lumineux.*

Chacun des signaux lumineux était constitué par une lampe Philips à arc de tungstène. Cette lampe, de fabrication récente, réalise une source lumineuse intense à peu près punctiforme. Sa forme est celle d'une lampe à incandescence ordinaire de dimensions réduites.

Les deux électrodes E_1 et E_2 (fig. 1) fixées dans l'axe de la lampe sont constituées par deux sphères de tungstène de 1 mm. de diamètre, distantes de 0,5 mm. environ, entre lesquelles jaillit l'arc électrique. L'ampoule est remplie d'un gaz monoatomique à pression relativement élevée. Comme il n'y a pas de particules dans l'arc et qu'il est court, la quantité de lumière qu'il émet est faible. Par contre, les électrodes sont portées à une température de l'ordre de 3,000 degrés absolus, d'où éclat considérable de la source qui est de l'ordre de 1.500 bougies par centimètre carré. Ces lampes devant être installées dans un puits de mine, il importait de les soustraire à l'action de l'eau. A cet effet elles furent logées dans un double manchon cylindrique en acier A B C D et R N O I dont la partie supérieure

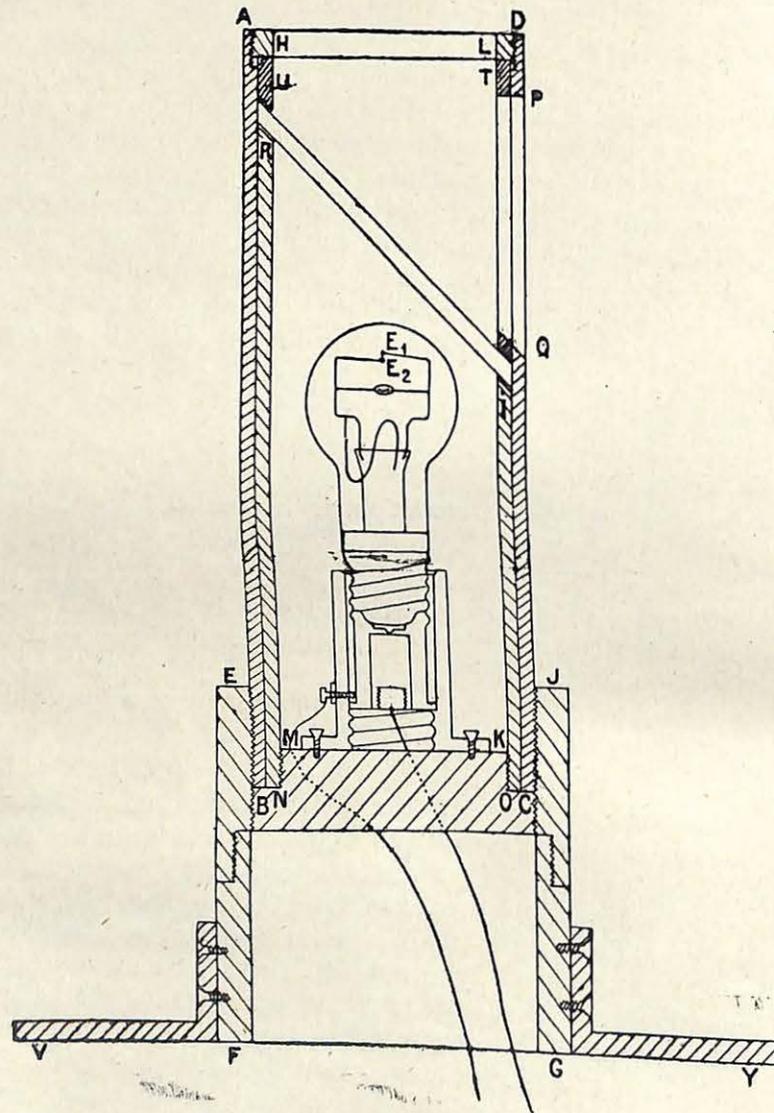


Fig. 1

du dernier était coupée en biseau et fermée par une glace serrée entre deux joints en caoutchouc au moyen d'une bague HL avec pièce intermédiaire UT.

Le soquet de la lampe était monté sur un bouchon en cuivre BMKC vissé à l'intérieur du manchon. Celui-ci était fixé par l'intermédiaire d'un tube cylindrique en deux pièces EFGJ à une embase VY. Dans les manchons était aménagée une fenêtre PQ pour permettre la visée latérale de la sphère supérieure de la lampe. Tous les joints furent soigneusement mastiqués pour rendre cette monture absolument étanche.

2. Support des lampes dans le puits.

Les deux lampes L_1 et L_2 (fig. 2) étaient montées sur un chevalet quadripode en fer de 2 mètres de long dont les mon-

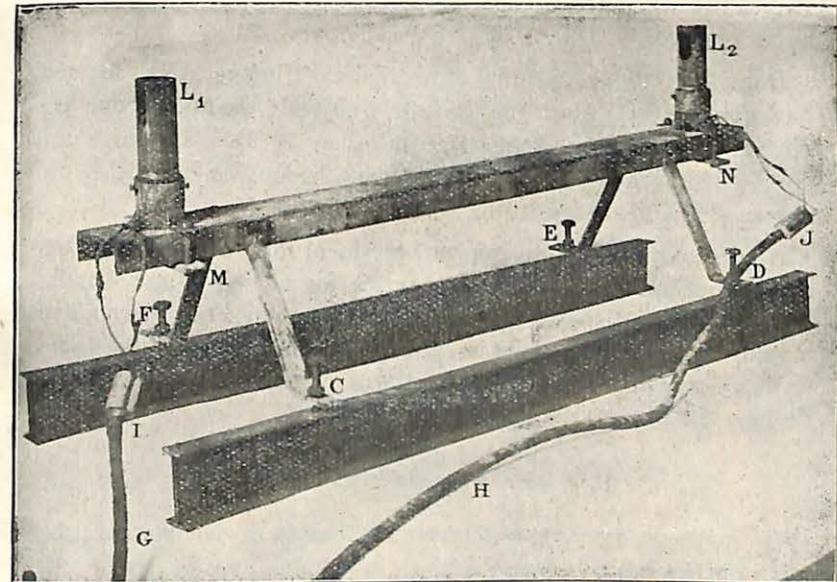


Fig. 2

tants inclinés à 45° étaient terminées par des écrous CDEF dont les pointes étaient logées dans des encoches ménagées dans deux poutrelles qu'on disposait en travers du puits. Les lampes

étaient fixées sur la plate-forme du chevalet au moyen de tire-fonds visibles en partie en M et N.

Les prises de courant des lampes étaient rattachées aux câbles G et H au moyen de deux boîtes d'isolement I et J bien hermétiques.

3. Appareil de mesure et système optique.

Nous avons fait usage d'une théodolithe de Bamberg à lunette excentrique. Celle-ci étant d'un faible pouvoir optique, nous lui avons substitué une lunette de Zeiss à lentille mobile interne de 35 mm. d'ouverture et de 200 mm. de distance focale (fig. 3), dont la partie oculaire fut remplacée par un microscope à micromètre M. Le microscope était logé dans un tube FH d'une dizaine de centimètres de long et 20 mm. de diamètre. Un collier de serrage V_1C permettait de fixer le microscope après réglage.

Dans le système optique ainsi réalisé, l'image $A'B'$ formée par l'objectif O_1 était reprise par l'objectif $A'B'$ formée par l'objectif O_2 qui en formait une image agrandie en $A''B''$. La mise au point définitive se faisait en déplaçant la lentille interne L au moyen de la vis à crémaillère V.

Ne disposant pas d'un micromètre focal lors de nos premières déterminations, celles-ci furent faites au moyen d'une échelle micrométrique disposée au foyer du microscope. Ce micromètre employé couramment en microscopie est constitué par une lame de verre très mince sur laquelle est gravée une échelle de 10 mm. de long divisée en 100 parties.

II. — Principe de la méthode.

La méthode consiste à déterminer l'angle de la droite $L_1 L_2$ qui joint les centres des sphères de tungstène avec la droite qui, à la surface, va du centre du théodolithe à un signal fixe; l'azimut de cette droite étant fixé astronomiquement, l'azimut de la droite du fond s'en déduit alors facilement.

Pour simplifier l'exposé, nous supposerons la lunette centrée et la visée s'effectuant à travers l'axe principal du théodolithe.

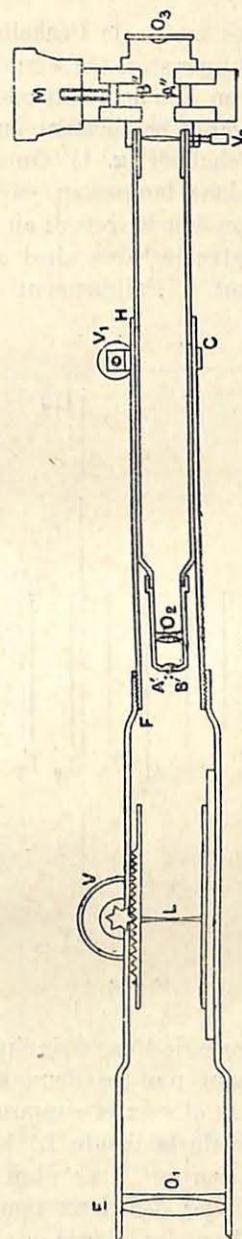


Fig. 3

On rend verticaux les traits de l'échelle micrométrique par des visées sur un signal terrestre. On vise ensuite chaque lampe et par quelques essais on amène le théodolite de manière que les images des deux lampes se forment entre deux traits consécutifs T_1 et T_2 de l'échelle (fig. 4). On amène alors successivement les images des deux lampes en coïncidence avec ceux-ci et après chaque pointé on fait la lecture au cercle horizontal. De la combinaison des quatre lectures ainsi obtenues, on déduira la lecture correspondant à l'alignement $L_1 L_2$ comme nous allons l'indiquer.

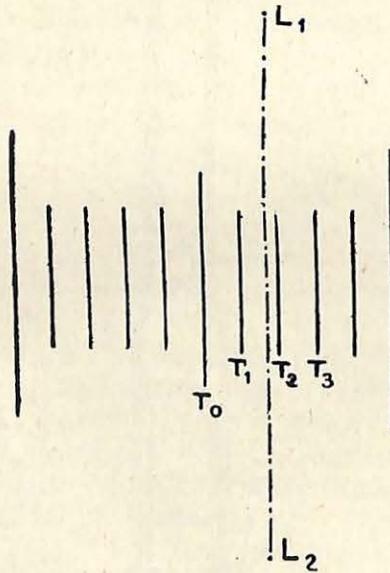


Fig 4

Soit C le point de percée de l'axe principal du théodolite avec le plan horizontal passant par les deux sphères de tungstène constituant les signaux lumineux et supposons que ce point soit situé à peu de distance de la droite $L_1 L_2$. Considérons dans l'espace image le plan conjugué à ce plan horizontal et soient (fig. 5) $L'_1 L'_2$ les images des deux lampes, $T_1 T'_1, T_2 T'_2$ les deux traits qui encadrent les images des lampes et C' l'image du point C.

Posons :

$$\begin{aligned} \alpha &= T'_1 C' L'_2 & \beta &= T_1 C' L'_1 \\ \gamma &= L'_1 C' T_2 & \delta &= T'_2 C' L'_2. \end{aligned}$$

Le point C' étant supposé proche de la droite $L'_1 L'_2$ et la distance des deux traits $T_1 T_2$ étant petite par rapport à $C' T_1$ et $C' T'_1$ on peut écrire, ainsi que nous le montrerons plus loin

$$\frac{\alpha}{\delta} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma + \delta}$$

ou encore

$$\frac{\alpha}{\alpha + \delta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta + \gamma + \delta}$$

d'où

$$\alpha = (\alpha + \delta) \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} \tag{1}$$

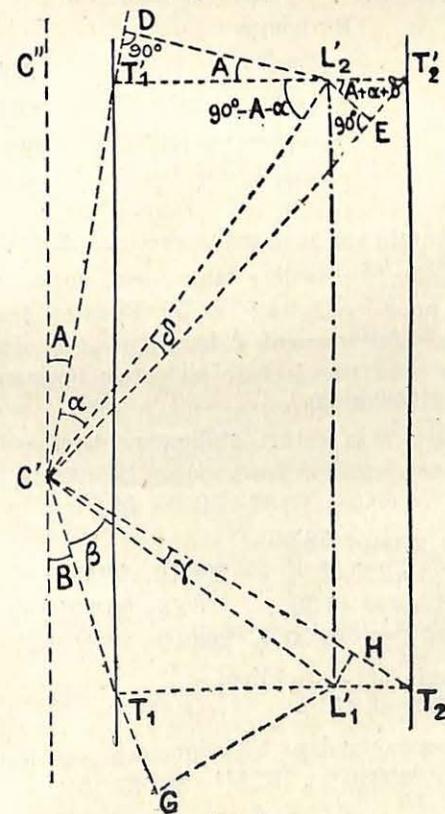


Fig. 5

Les quantités $\alpha + \beta$, $\alpha + \delta$ et $\gamma + \delta$ s'obtiennent aisément. Ce sont les différences prises deux à deux des lectures du cercle horizontal correspondant aux pointés des fils T_1 et T_2 lorsqu'on les amène sur les deux images des lampes.

En réalité, nous ne nous sommes pas bornés aux lectures des fils T_1 et T_2 , mais nous avons pointé les quatre traits T_0 , T_1 , T_2 et T_3 : deux à gauche et deux à droite de la position d'alignement. Nous obtenions ainsi quatre groupes de deux lectures qui, combinées deux à deux, donnaient quatre valeurs indépendantes de la lecture correspondant à l'alignement des signaux lumineux.

Voici un exemple de mesure et de réduction de calcul.
Lunette à droite.

Traits du micromètre	Lecture azimutales	
	1 ^{re} lampe	2 ^e lampe
60	297°35'	299°50'
59	298°10'	299°02'
58	298°49'30''	298°26'
57	299°31''	297°41'

Lecture azimutale sur le signal terrestre : 244°12'35''.

Les lectures sur la première lampe sont supérieures à celles sur la seconde pour les traits 60 et 59. Pour les traits 58 et 57, l'inverse a lieu. L'alignement a donc lieu entre les traits 59 et 58, c'est-à-dire pour une lecture au cercle horizontal comprise entre 298°10' et 298°49'30''.

Quatre valeurs de la lecture d'alignement ont été obtenues en calculant indépendamment les groupes de quatre lectures :

$$60-58; 60-57; 59-58; 59-57.$$

Calculons le groupe 58-59 :

$$\alpha + \beta = 299.02 - 298.10 = 52'00''.$$

$$\delta + \gamma = 298.49.30 - 298.26 = 23'30''.$$

$$\alpha + \delta = 298.49.30 - 298.10 = 39'30''.$$

Par la formule (1), on obtient :

$$\alpha = 27'15''.$$

La lecture correspondant à l'alignement est donc :

$$298°10' + 27'15'' = 298°37'15''.$$

L'angle de la droite $L_1 L_2$ avec celle joignant le théodolite au signal terrestre est égal à

$$244°12'35'' - 398°37'15'' = 305°35'20''.$$

Remarque.

Menons par C' (fig. 5) une parallèle $C' C''$ à la direction des traits du réticule et par L'_2 des perpendiculaires à $C' T'_1$ et $C' T'_2$:

$$DL'_2 = C' L'_2 \sin \alpha$$

$$EL'_2 = C' L'_2 \sin \delta$$

d'où

$$\frac{DL'_2}{EL'_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \delta}$$

Mais

$$T'_1 L'_2 = \frac{DL'_2}{\cos A}$$

$$T'_2 L'_2 = \frac{L'_2 E}{\cos(A + \alpha + \delta)}$$

d'où

$$\frac{T'_1 L'_2}{L'_2 T'_2} = \frac{DL'_2}{L'_2 E} \times \frac{\cos(A + \alpha + \delta)}{\cos A} = \frac{\sin \alpha}{\sin \delta} [\cos(\alpha + \delta) - \operatorname{tg} A \sin(\alpha + \delta)]$$

ou encore puisque les angles α , δ et $\alpha + \delta$ sont petits.

$$\frac{T'_1 L'_2}{L'_2 T'_2} = \frac{\alpha}{\delta} [1 - (\alpha + \delta) \operatorname{tg} A \sin 1'']$$

Si par L'_1 , on mène $L'_1 G$ et $L'_1 H$ perpendiculaires à $C' T'_1$ et $C' T'_2$, on aura de même

$$\frac{T'_1 L'_1}{L'_1 T'_2} = \frac{\beta}{\gamma} [1 - (\beta + \gamma) \operatorname{tg} B \sin 1'']$$

Mais $T_1 L'_1 = T'_1 L'_2$ et $L'_1 T'_2 = L'_2 T'_2$ donc

$$\frac{\alpha}{\delta} [1 - (\alpha + \delta) \operatorname{tg} A \sin 1''] = \frac{\beta}{\gamma} [1 - (\beta + \gamma) \operatorname{tg} B \sin 1'']$$

ou encore

TABLEAU I (suite).

DATE	LUNETTE A DROITE			LUNETTE A GAUCHE		
	Angle	Nombre de mesures du groupe	Erreur probable une mesure	Angle	Nombre de mesures du groupe	Erreur probable une mesure
4 11-26				301°42' 00"	5	± 2'10"
				45.50	6	1'00"
				44.40	6	2'05"
				42.40	5	2'03"
				41.20	6	1'50"
				41.20	9	0'20"
				43.10	6	1'46"
5-11-26				38.20	6	0'45"
				43 00	6	1'08"
				301°38' 40"	5	0'21"
				43.30	6	1'30"
	301°35' 30"	6	± 2'10"			
	39.00	5	0'45"			
	34.20	6	0'51"			
			42.50	6	0'35"	
			41.30	6	1'03"	

Il donne indépendamment les résultats des mesures lunette à droite, lunette à gauche. La première colonne renseigne la date des mesures; les deuxième et cinquième, les valeurs moyennes de l'angle X pour chaque groupe de pointés dans chacune des deux positions lunette à droite, lunette à gauche; les troisième et sixième le nombre de mesures par groupe; les quatrième et septième, l'erreur probable d'une mesure du groupe.

Pendant toute la durée des opérations, s'étendant sur un mois et demi environ, les signaux lumineux sont restés à demeure et toutes les précautions avaient été prises pour éviter tout déplacement du chevalet. Le théodolite a été réinstallé chaque fois à moins de un millimètre d'une position moyenne. Comme le signal terrestre était distant de plusieurs kilomètres, ce faible écart était sans influence sur la direction allant du théodolite au signal.

L'inspection des résultats montre que les écarts entre les deux résultats des divers groupes d'une même journée sont relativement importants, souvent de l'ordre de plusieurs minutes d'arc. Ces écarts peuvent provenir pour une part du fait de l'emploi d'un micromètre à échelle qui réclame un temps

trop long pour l'exécution des lectures d'un même groupe et, pour une autre part, du mauvais état du puits qui laissait filtrer l'eau en abondance, ce qui faisait vibrer les images.

Il importe, en effet, que les mesures soient faites dans le temps le plus court car, comme nous le montrerons plus loin, la moindre variation de l'inclinaison de l'axe principal au cours des mesures peut introduire des erreurs appréciables dans la détermination de l'angle X.

Le puits qui a servi à nos expériences était hors d'usage en attendant sa modernisation, ce qui expliquait son mauvais état. L'eau qui filtrait de ses parois rejaillissait jusqu'au centre, de sorte que les visées s'effectuaient à travers un milieu air-eau dont les réfractions variables déplaçaient constamment les images. L'eau s'écoulant le long des glaces qui protégeaient les signaux lumineux donnait également lieu à de faibles déviations des rayons lumineux émanants des lampes. Toutes ces causes concomitantes contribuaient à rendre les pointés pénibles et difficiles alors que la rapidité d'exécution des mesures est l'élément essentiel du succès dans l'application de cette méthode.

Malgré ces conditions défavorables la précision des mesures données au tableau I est satisfaisante.

Si l'on calcule l'erreur probable d'une mesure en partant des résultats de toutes les observations, on obtient :

Erreur probable d'une mesure lunette à droite $\pm 1'40''$;

Erreur probable d'une mesure lunette à gauche $\pm 1'58''$ (1).

Dans le tableau II, les résultats moyens ont été groupés par journée de travail.

(1) L'écart entre ces deux valeurs de l'erreur probable s'explique facilement. Le théodolite étant excentrique, dans la position lunette à droite, les images se formaient au centre du champ; dans l'autre position, elles se formaient vers un des bords du champ et étaient plus difficiles à pointer.

TABLEAU II.

DATE	LUNETTE A DROITE				LUNETTE A GAUCHE				Moyenne angle
	Nombre de mesures	Moyenne angle	Erreur probable une mesure	Erreur probable moyenne	Nombre de mesures	Moyenne angle	Erreur probable une mesure	Erreur probable moyenne	
1-10	52	301°36'03"	± 1'06"	± 08"	19	301°42'21"	± 1'28"	± 26"	301°39'12"
3-10	105	36.21	1'14"	07"	47	42.33	1'47"	14"	39.27
10-10	17	36.52	1'32"	23"	92	42.16	1'37"	10"	39.33
4-11					27	42.27	0'50"	10"	39.35
5-11	17	31.07	1'36"	23"	23	41.40	0'36"	16"	38.53

La première colonne donne la date, les deuxième et sixième le nombre de mesures, les troisième et septième l'angle moyen X dans chaque position de la lunette; les quatrième et huitième l'erreur probable d'une mesure, les cinquième et neuvième les erreurs probables de la moyenne de la journée, la onzième la valeur de l'angle moyen résultant des observations dans les deux positions de la lunette.

Pour varier les conditions de travail, nous avons opéré certains jours avec le ventilateur arrêté; d'autres fois, lorsqu'il était en fonctionnement.

La concordance entre les moyennes des différentes journées de travail semble bien indiquer que les résultats sont indépendants des conditions dans lesquelles les mesures furent effectuées.

D'autre part, l'examen du tableau 1 montre qu'une dizaine de groupes de lectures suffit pour fournir un résultat satisfaisant. Cette opération ne demandera en général pas plus d'une heure de travail.

Cependant les écarts importants constatés entre deux mesures consécutives peuvent laisser subsister un doute sur la validité de nos conclusions. Ces écarts ne proviennent pas de la méthode elle-même, mais comme nous l'avons dit de l'usage de l'échelle micrométrique qui ne convient pas à ce genre de mesures. Il aurait été préférable de recourir à l'emploi d'un micromètre

focal, mais les circonstances ne nous ont pas permis alors de disposer de cet appareil. Pour lever tout doute, nous avons raccordé une direction de surface à une direction du fond par le procédé optique et par la méthode des aplombs.

b) Raccordement d'une direction de la surface à une direction du fond.

1. Méthode des aplombs.

Deux fils de bronze phosphoreux de 1,3 mm. de diamètre furent suspendus dans le puits et tendus chacun par un poids de 15 kgs. A la surface, ils furent solidement fixés à un gros madrier en bois supporté par deux solides chevalets reposant à même le sol de part et d'autre du puits. Les deux poids furent immergés dans deux baquets remplis d'eau. Toutes les précautions d'usage furent prises pour éviter tout contact des aplombs contre les parois du puits ou des baquets; l'entrée des galeries débouchant au puits furent obstruées le mieux possible et le ventilateur fut arrêté.

Le raccordement fut effectué en appliquant la méthode exposée par M. le Professeur Dehalu dans son cours de topographie minière à l'Université de Liège.

Un théodolite de mine de Breithaupt fut placé dans l'alignement approximatif des aplombs, à la surface d'abord, dans le fond ensuite et l'on effectua la mesure précise de l'angle sous lequel les aplombs étaient vus à partir du théodolite.

Le raccordement de la direction de surface et de la direction de fond fut effectué à deux reprises les 13 et 14 novembre.

Les mesures dans le fond étant les plus délicates, nous donnons dans le tableau suivant les résultats des visées sur les deux aplombs :

DATE	Groupe	Lecture du cercle azimutal		Angle	Erreur probable de la valeur moyenne de l'angle
		1er aplomb	2e aplomb		
13 nov.	I	130° 27' 45"	138° 28' 50"	1'05"	± 8"
	II	28.20	28.30	0'10"	
	III	28.10	29.25	1'15"	
	IV	27.50	28.40	0'50"	
	V	28.30	28.55	0'25"	
14 nov.	I	226° 46' 30"	226° 48' 30"	2'00"	± 10"
	II	46.	48.30	2'30"	
	III	46.30	49.20	2'50"	
	IV	46.30	48.40	1'50"	

Partant de ces données, on a calculé l'angle d'un alignement à la surface avec un alignement au fond et son erreur probable déduite des mesures effectuées à la surface et au fond.

Voici les résultats obtenus :

Le 13 novembre, 56°37'10". — Erreur probable du résultat ± 14".

Le 14 novembre, 56°37'50". — Erreur probable du résultat ± 16".

2. Méthode optique.

Le procédé employé est identique à celui que nous avons décrit précédemment. Le rattachement des signaux lumineux à l'alignement du fond dont il a été question plus haut a été effectué en plaçant l'axe optique du théodolite dans l'alignement approximatif des deux sphères de tungstène. Les mesures furent effectuées à deux reprises les 4 et 5 novembre. On a trouvé :

4 novembre. — Valeur de l'angle 56°36'44". — Erreur probable du résultat ± 15".

5 novembre. — Valeur de l'angle 56°36'52". — Erreur probable du résultat ± 25".

L'erreur probable de la mesure a été calculée comme pour la méthode des aplombs.

IV. — Emploi d'un micromètre focal.

Les inconvénients de l'échelle micrométrique dont nous avons parlé précédemment nous engagèrent à entreprendre quelques essais à l'aide d'un micromètre focal. L'usage de cet appareil est de beaucoup préférable car il permet une plus grande rapidité dans les lectures et partant une plus grande précision dans les résultats. Comme nous n'avons pu disposer de ce perfectionnement qu'après nos expériences au puits de Batterie, nous avons dû réduire nos essais à une opération de portée plus limitée que nous décrirons plus loin. Nous commencerons par l'exposé théorique de la méthode.

Supposons l'axe secondaire du théodolite horizontal et le fil mobile du micromètre situé dans un plan perpendiculaire à cet axe.

Pointons les signaux lumineux et soient C (fig. 6) le centre optique de l'objectif; L_1 et L_2 les deux lampes supposées dans un plan horizontal; l_1 et l_2 leurs images dans le plan conjugué de L_1 et L_2 ; ml_1 le fil mobile pointant l'image l_1 et $m'l_2$ ce même fil amené en coïncidence avec l_2 ; L_1M la conjuguée de l_1m dans le plan objet. Les deux plans M $L_1 L_2$ et $m l_1 l_2$ sont parallèles. Soit $a = DL_2 =$ distance entre $m l_1$ et $m'l_2$, α l'angle entre le fil mobile et la direction d'alignement. Désignons par $D = CL_1 =$ la profondeur du puits; par $f = CL_1 =$ la distance focale de la lunette.

On a d'après la figure 6 :

$$\frac{L_1 L_2}{l_1 l_2} = \frac{D}{f}$$

et

$$a = l_1 l_2 \sin \alpha$$

d'où

$$\sin \alpha = \frac{a}{l_1 l_2} = \frac{aD}{f L_1 L_2} \quad (2).$$

On amène alors le fil mobile approximativement dans l'alignement. On cale en azimut et l'on pointe successivement les deux lampes au moyen du micromètre. On fait les deux lectures du tambour et la lecture au cercle horizontal. On fait tourner la lunette en azimut de 10 en 10 minutes d'arc et l'on pointe à l'aide du micromètre les deux lampes dans chacune de ces positions. Par intervalle, on vise le signal terrestre.

Les expériences suivantes ont été faites à l'aide d'un théodolite installé à hauteur du deuxième étage de l'Observatoire de Cointe et visant au sol. Pour la facilité, le théodolite avait été installé sur un palier et la visée s'effectuait dans l'espace laissé libre au centre de la cage d'escalier. Les signaux lumineux étaient placés au rez-de-chaussée. Ils consistaient en une lampe à arc de tungstène fixée dans la monture décrite précédemment. Sur la partie supérieure de celle-ci étaient disposés deux objectifs de microscopes situés côte à côte à 160 mm. environ de la source lumineuse, leurs grandes ouvertures tournées vers celle-ci. Le grossissement des objectifs étant de 80, ils formaient deux images très lumineuses et de très faible diamètre de la sphère du tungstène. Les deux images presque ponctuelles, étaient distantes de 27 mm. La distance entre les lampes et le théodolite était de 9 mètres. De cette manière, on se trouvait approximativement dans les conditions de deux signaux situés à 500 mètres de profondeur et distants l'un de l'autre de 1 m. 50. Le théodolite était placé de manière que la verticale passant par l'intersection de l'axe secondaire et de l'axe optique du théodolite tombait dans le voisinage du milieu de la droite joignant les signaux lumineux.

Le tableau ci-dessous reproduit un extrait du carnet de nos mesures.

Lampe	1er group.	2 ^e gr.	3 ^e gr.	4 ^e gr.	5 ^e gr.	6 ^e gr.	C. H.	Signal fixe
1 ^{re} lampe	2048	2038	2031	2028	2034	2027	267°10'60"	293°15'20"
2 ^e —	2123	2110	2111	2102	2104	2098		
1 ^{re} lampe	2208	2200	2190	2193	2180	2184	267.00.00	
2 ^e —	2245	2243	2233	2236	2220	2218		
1 ^{re} lampe	2343	2347	2337	2336	2330	2336	266.50.00	
2 ^e —	2359	2367	2347	2343	2340	2352		
1 ^{re} lampe	2497	2512	2507	2503	2501	2494	266.40.00	
2 ^e —	2477	2487	2474	2485	2488	2475		
1 ^{re} lampe	2674	2675	2687	2675	2683	2668	266.30.00	293.15.32
2 ^e —	2626	2635	2642	2628	2637	2615		

La première colonne indique la lampe pointée, les six colonnes suivantes les lectures à la vis micrométrique; la huitième colonne la lecture au cercle horizontal correspondant aux six groupes de lectures faites dans une même position du théodolite; la neuvième colonne les lectures faites sur le signal au début et à la fin d'un groupe complet de mesures.

L'examen du tableau montre que la lecture d'alignement au cercle horizontal est comprise entre 266°50'00" et 266°40'00''; en effet, pour des lectures au cercle horizontal supérieures à 266°50'00'', les lectures de la vis micrométrique correspondant aux pointés de la première lampe sont plus petites que celles qui correspondent aux pointés de la seconde. A partir de la lecture 266°40'00'', l'inverse a lieu.

Il faut d'abord déterminer la constante K de la formule 5.

Elle a été calculée au moyen de la formule
$$\frac{\alpha + \beta}{a + b} = K.$$
 Les éléments de cette dernière sont contenus dans le tableau suivant :

ments de cette dernière sont contenus dans le tableau suivant :

Lecture C. H.	Moyenne des différences	Différence à la 1 ^{re} = a + b	Différence à la 2 ^e = a + b	Différence à la 3 ^e = a + b	Différence à la 4 ^e = a + b	$K = \frac{\alpha + \beta}{a + b}$			
267° 10	73,6								
267.00	-40.0	33,6				17''85			
266° 50	-16,2	57,4	23,8			20''85	25''40		
266.40	+21 7	95,3	61,7	37,9		18''90	19''50	15''9	
266.30	+46,5	120,1	86,5	62,7	24,8	20'' 0	20''80	19''05	24''20

Dans la première colonne est donnée la lecture au cercle horizontal; dans la deuxième la moyenne des différences des divers groupes de pointés sur les deux lampes correspondant à une même position de l'axe secondaire du théodolite; les troisième, quatrième, cinquième et sixième colonnes les différences deux à deux des nombres de la deuxième colonne prises par rapport au premier, puis au second, puis au troisième, puis au quatrième nombre de cette colonne. Les septième, huitième, neuvième et dixième donnent les différentes valeurs de K déduites des colonnes précédentes par application de la formule

$$K = \frac{\alpha + \beta}{a + b}, \alpha + \beta \text{ prenant les valeurs } 10', 20', 30' \text{ et } 40'.$$

La valeur définitive de K a été obtenue en prenant la moyenne pondérée des dix valeurs obtenues. Les poids ont été pris proportionnels aux valeurs des angles α .

Ces poids ont donc été 1, 2, 3 et 4.

La valeur définitive de K est donnée par

$$K = \frac{1(17''85 + 25.40 + 15.90 + 24.20) + 2(20.85 + 19.50 + 19.05) + 3(18.90 + 20.80) + 4(20.00)}{20}$$

$$K = 20''0625.$$

Partant de cette valeur, de la formule $\alpha = aK$ et du tableau d'observation, on en déduit immédiatement le tableau suivant des valeurs de α

Lecture C. H.	1 ^{er} groupe	2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e	6 ^e
267° 10'00"	25' 05"	24' 05"	26' 45"	24' 45"	23' 24"	23' 44"
267° 00'00"	12' 22"	14' 23"	14' 23"	14' 23"	13' 23"	11' 22"
266° 50'00	5' 21"	6' 41"	6' 41"	2' 20"	4' 21"	7' 21"
266° 40'00	6' 41"	7' 12"	11' 02"	6' 01"	4' 21"	6' 21"
266° 30'00	16' 03"	13' 23"	15' 03"	15' 43"	15' 23"	17' 43"

Dans la première colonne sont indiquées les lectures au cercle horizontal et dans les autres colonnes les corrections à apporter à ces lectures pour obtenir la lecture d'alignement.

Les valeurs des lectures d'alignement sont figurées dans le tableau ci-dessous :

Lecture C. H.	1 ^{er} groupe	2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e	6 ^e
267° 10' 00"	266°44'55"	266°45'55"	266°43'15"	266°45'15"	266°46'36"	266°46'16"
267° 00.00	47'38"	45'27"	45'37"	45'37"	46'37"	48'38"
266°50' 00	44'39"	43'19"	43'19"	47'40"	45'39"	42'39"
266°40' 00	46'41"	47'12"	51'02"	46'01"	44'21"	46'21"
266°30' 00	45'03"	43'03"	45'03"	45'43"	45'23"	47'43"

Si l'on élimine la quatrième valeur du troisième groupe qui diffère assez fortement des autres, on obtient comme valeur moyenne de la lecture d'alignement 266°45'39".

L'erreur probable d'un pointé est de $\pm 1'00''$ et l'erreur probable de la moyenne des 29 pointés $\pm 11''$.

L'exemple que l'on vient de développer donne les résultats d'un groupe de déterminations. Nous donnons ci-dessous le résultat de nombreuses séries de mesures exécutées avec des grossissements objectifs et oculaires différents.

Groupes	Nombre de mesures	G ₁	G ₂	G	Erreur probable d'une mesure
I	31	10	10	100	± 1'05"
II	29	10	10	100	1'00"
III	33	8	6	48	1'54"
IV	34	15	6	90	0'52"
V	32	10	10	100	1'03"

Dans la première colonne est indiqué le numéro du groupe. Dans la deuxième le nombre de mesures indépendantes; dans les troisième, quatrième et cinquième respectivement les grossissements objectifs, oculaires et totaux et dans la sixième colonne l'erreur probable d'une mesure de chacun des groupes.

Pour pouvoir comparer la méthode du micromètre focal à celle de l'échelle micrométrique, nous avons effectué des mesures avec le dispositif opératoire décrit plus haut en substituant au micromètre focal une échelle micrométrique.

Nous donnons le résultat des mesures ainsi obtenues dans le tableau ci-dessous disposé de la même façon que le précédent.

Groupes	Nombre de mesures	G ₁	G ₂	G	Erreur probable d'une mesure
VI	21	15	6	90	± 1'53"
VII	28	15	6	90	2'04"
VIII	17	10	6	60	2'48"
IX	31	8	6	48	4'10"

On voit que dans les mêmes conditions opératoires l'erreur probable d'une mesure effectuée avec le micromètre focal est la moitié de l'erreur probable de celles effectuées avec l'échelle micrométrique.

V. — Conclusions.

Il résulte de toutes nos observations et de la note exposée à la fin de ce travail que l'emploi du micromètre focal est indispensable si l'on veut appliquer en toute sécurité la méthode optique. Celle-ci pourra avantageusement être substituée à la méthode des aplombs lorsque cette dernière deviendra difficile à employer soit à cause de la trop grande profondeur de l'étage à rattacher soit à cause des courants d'air capables de dévier systématiquement les aplombs. Elle présente d'ailleurs l'avantage de ne pas exiger l'arrêt du ventilateur. Pour les travaux importants, il nous paraît cependant recommandable d'employer concurremment les deux méthodes. Leur contrôle mutuel donnera une sécurité qui compensera largement le surcroît de travail.

VI. — Note sur l'influence de la variation de mise en station sur la lecture d'alignement.

1° Cas du micromètre focal.

Supposons que l'axe principal fasse un angle V avec la verticale et qu'il perce en C' , dans l'espace image, le plan conjugué au plan horizontal passant par les lampes. Soit $A B$ (fig. 7) la position du fil mobile amené en coïncidence avec l'image d'une des lampes. Supposons qu'à ce moment se produise une variation de la verticalité de l'axe principal. Cette variation aura pour effet d'amener C' et C'' et le fil $A B$ en $A' B'$. Le seul déplacement de $A B$ qui nous intéresse est sa translation dans une direction perpendiculaire à elle-même. Ce déplacement est mesuré par $C' C''' = C' C'' \cos \beta$, β représentant l'angle de $C' C''$ avec $C' C'''$.

Si l'on considère le triangle rectangle formé par C' , C''' et le centre optique du système optique employé, on a (fig. 8)

$$C' C''' = f \sin \Delta V = f \Delta V \sin 1''$$

f étant la distance focale de la lunette.

On a en outre

$$C' C''' = f \Delta V \cos \beta \sin 1''$$

d'où en posant $\Delta V \cos \beta = \Delta V_1$

$$C' C''' = f \Delta V_1 \sin 1'' \quad (6)$$

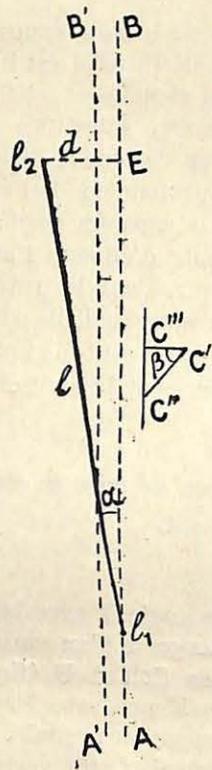


Fig. 7

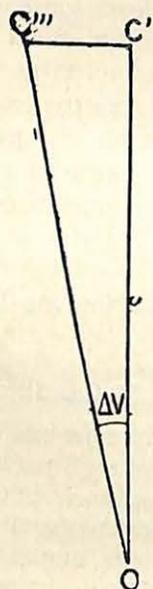


Fig. 8

ΔV_1 représentant la composante de ΔV perpendiculairement à la direction du fil mobile.

Si $d=l_2 E$ représente la distance de l_2 au fil mobile dans sa position $A B$ et Δd la variation de d sous l'effet du déplacement de l'axe principal, on a dans le triangle rectangle $l_1 l_2 E$.

$$d = l \sin \alpha = l \alpha \sin 1''$$

d'où

$$\Delta d = l \Delta \alpha \sin 1'' \tag{7}$$

l étant la distance des images des deux lampes.

La distance $C' C''$ étant égale à Δd , les formules permettent d'écrire

$$\Delta \alpha = \frac{f}{l} \Delta V_1 \tag{8}$$

Si O (fig. 9) représente le centre optique du système optique, on a

$$\frac{l}{L} = \frac{f}{D} \tag{9}$$

L étant la distance des deux lampes et D la profondeur du puits.

Moyennant (9), la formule (8) s'écrit

$$\Delta \alpha = \frac{D}{L} \Delta V_1 \tag{10}$$

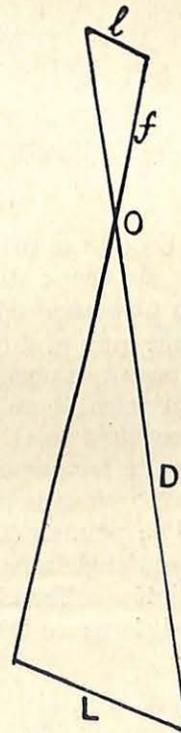


Fig. 9

Si la composante de l'inclinaison de l'axe principal perpendiculaire au fil mobile varie de ΔV_1 entre les deux mesures qui servent à une même détermination d'alignement, elle aura pour effet de faire varier la lecture correspondant à cet alignement de ΔV_1 multiplié par $\frac{D}{L}$.

Dans le cas de signaux lumineux situés à 300 mètres de profondeur et 1 m. 50 de distance $\frac{D}{L}$ est égal à 200.

2° Cas de l'échelle micrométrique.

Nous avons précédemment établi la formule

$$\alpha = (\alpha + \delta) \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} \tag{1}$$

qui donne la correction angulaire α qu'il faut apporter aux lectures au cercle horizontal pour obtenir la lecture d'alignement.

Supposons que l'angle V de l'axe principal avec la verticale varie proportionnellement au temps. Il en sera de même de sa projection ΔV_1 sur un plan perpendiculaire à la direction des deux lampes. Supposons que les différents pointés exigent la même durée Δt . Supposons en plus que le point C' (fig 10) point de percée de l'axe principal dans le plan focal se déplace de C' vers C'' . Seule la composante $C' C'''$ nous intéresse. Si l'on considère les pointés des lampes effectués au moyen des fils $T'_1 T_1$ et $T'_2 T_2$, on voit que si le pointé de T'_1 sur L_1 est supposé correct, lorsque l'on pointera L_2 au moyen du fil T_1 , celui-ci sera venu en T''_1 et l'angle mesuré ne sera plus β , mais $\beta + \varepsilon$. De même, lors du pointé — effectué après un temps $2 \Delta t$ — de L_2 au moyen de T_2 , celui-ci sera en T''_2 et l'on mesurera non pas γ , mais $\gamma - 2 \varepsilon$.

Enfin, pour la même raison, au lieu de mesurer δ , on mesurera $\delta - 3 \varepsilon$.

La formule (1) devient

$$\alpha = (\alpha + \delta - 3 \varepsilon) \frac{\alpha + \beta + \varepsilon}{\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon - 3 \varepsilon} \tag{14}$$

En reprenant les notations du 1° et en considérant un déplacement ΔV_1 de l'axe principal dans un plan vertical perpendiculaire à la direction des lampes, on obtiendra la formule (6) précédente

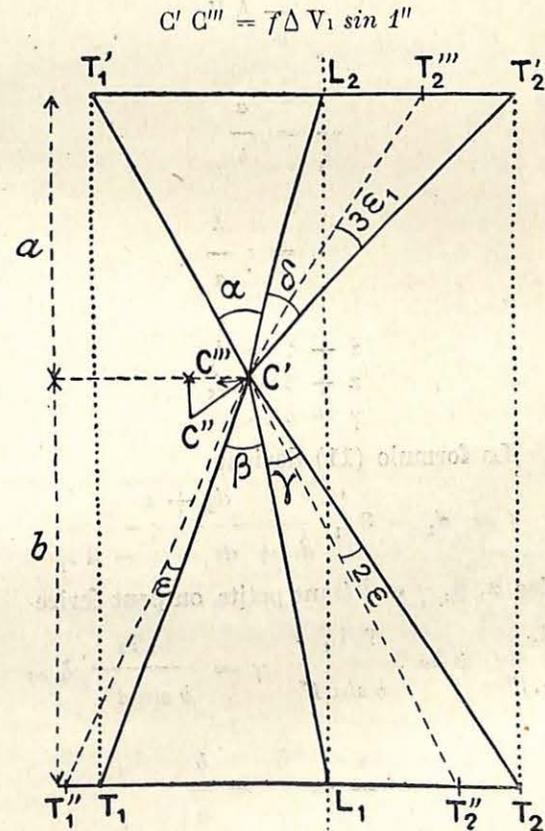


Fig. 10

Le triangle $C' T''_1$ (fig. 10) donne à très peu de chose près

$$T''_1 T_1 = C' T_1 \sin \varepsilon = b \varepsilon \sin 1''$$

et comme $C' C'' = T'_1 T_1$, on obtient

$$f \Delta V_1 \sin 1'' = b \varepsilon \sin 1''$$

d'où

$$\varepsilon = \frac{f}{b} \Delta V_1 \quad (12)$$

On obtiendrait de même

$$\varepsilon_1 = \frac{f}{a} \Delta V_1$$

d'où

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{a}{b}$$

ou encore

$$\varepsilon_1 = \varepsilon \frac{b}{a}$$

Posons

$$\begin{aligned} \alpha + \delta &= d_1 \\ \alpha + \beta &= d_2 \\ \gamma + \delta &= d_3 \end{aligned}$$

La formule (11) devient

$$\alpha = d_1 - 3\varepsilon_1 \frac{d_2 + \varepsilon}{d_2 + d_3 - \varepsilon - 3\varepsilon_1}$$

Les angles α , β , γ et δ étant petits, on peut écrire

$$\alpha = \frac{T'_1 L_1}{a \sin 1''} \quad \beta = \frac{T_1 L_2}{b \sin 1''} \quad \gamma = \frac{L_2 T_2}{b \sin 1''} \quad \delta = \frac{L_1 T'_2}{a \sin 1''}$$

d'où

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{b}{a} \quad (13)$$

puisque $T'_1 L_1 = T_1 L_2$ et $L_2 T_2 = L_1 T'_2$.

$$\frac{\alpha + \delta}{\beta + \gamma} = \frac{b}{a}$$

ou encore

$$\frac{d_1}{d_2 + d_3} = \frac{b}{a + b} \quad (14)$$

$$\alpha = \left(d_1 - 3\varepsilon \frac{b}{a} \right) \frac{d_2 + \varepsilon}{d_1 \left(1 + \frac{a}{b} \right) - \varepsilon \left(1 + 3 \frac{b}{a} \right)}$$

ε étant petit par rapport aux autres éléments, on peut écrire

$$\alpha = \frac{1}{d_1 \left(1 + \frac{a}{b} \right)} \left(d_1 - 3\varepsilon \frac{b}{a} \right) (d_2 + \varepsilon) \left[1 + \varepsilon \frac{1 + 3 \frac{b}{a}}{d_1 \left(1 + \frac{a}{b} \right)} \right]$$

$$= \frac{1}{d_1 \left(1 + \frac{a}{b} \right)} \left(d_1 - 3\varepsilon \frac{b}{a} \right) (d_2 + \varepsilon) \left(d_1 + d_1 \frac{a}{b} + \varepsilon + 3\varepsilon \frac{b}{a} \right)$$

$$= \frac{d_2}{1 + \frac{a}{b}} + \frac{\varepsilon}{1 + \frac{a}{b}} \left[1 - 2 \frac{d_2}{d_1 \left(1 + \frac{a}{b} \right)} \right] \quad (15)$$

Le terme $\frac{d_2}{1 + \frac{a}{b}}$ représente la valeur de α déduite de (1)

moyennant l'équation (14), quand la mise en station reste sta-

ble. La quantité $\frac{\varepsilon}{1 + \frac{a}{b}} \left[1 - 2 \frac{d_2}{d_1 \left(1 + \frac{a}{b} \right)} \right]$ représente l'erreur

sur α résultant d'un déplacement de l'axe principal pendant le cours des mesures se rapportant à un même groupe.

Pour se rendre compte de l'importance de cette quantité, nous donnerons au rapport $\frac{a}{b}$ des valeurs qui correspondent aux conditions habituelles de travail.

	$d_2 = 0$	$d_2 = d_1$	$d_2 = 2d_1$
$a = b$	$\frac{\varepsilon}{2}$	0	$-\frac{\varepsilon}{2}$
$a = 2b$	$\frac{\varepsilon}{3}$	$\frac{\varepsilon}{9}$	$-\frac{\varepsilon}{9}$
$a = 3b$	$\frac{\varepsilon}{4}$	$\frac{\varepsilon}{8}$	0
$a = \frac{b}{2}$	$\frac{2}{3} \varepsilon$	$-\frac{2}{9} \varepsilon$	$-\frac{10}{9} \varepsilon$
$a = \frac{b}{3}$	$\frac{3}{4} \varepsilon$	$-\frac{3}{8} \varepsilon$	$-\frac{3}{2} \varepsilon$

La première colonne donne les rapports des quantités a et b , les deuxième, troisième et quatrième les valeurs de l'erreur sur α dans le cas de $d_2 = 0$, $d_2 = d_1$ et $d_2 = 2d_1$.

Le tableau montre que l'erreur résultante est de l'ordre de $\frac{\varepsilon}{2}$.

Appliquons ce résultat aux formules (12) dans le cas de $a = b$, d'un puits de 300 mètres de profondeur, les lampes étant situées à 1 m. 50 de distance.

On a d'après la figure 11 :

$$\frac{f}{b} = \frac{D}{\frac{l}{2}} = \frac{300}{0.75} = 400.$$

et la formule (12) donne

$$\varepsilon = \frac{f}{b} \Delta V_1 = 400 \Delta V_1$$

L'exécution d'un groupe de huit pointés au moyen de l'échelle micrométrique demande 4 à 5 minutes et nous avons souvent constaté pendant ce temps des variations d'inclinaison de l'axe principal de l'ordre de 1'', ce qui amène dans le cas étudié plus haut des variations de la lecture d'alignement de l'ordre de 200''.

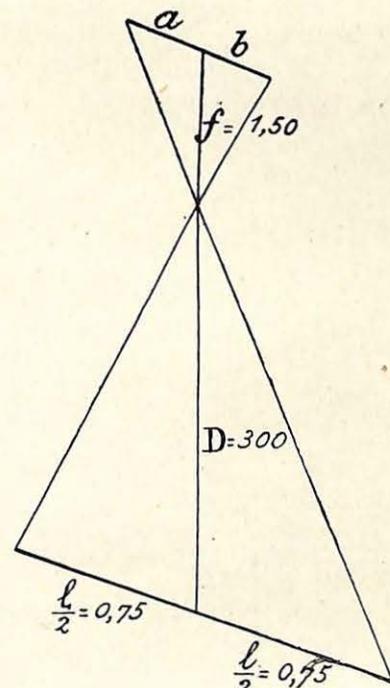


FIG. 11

Un groupe de pointés au micromètre focal demande une dizaine de secondes seulement et les variations de mise en station sont en général faibles pendant ce temps.

Nous déduirons de cette discussion qu'un groupe de mesures doit être fait dans le plus court intervalle de temps possible, ce qui ne peut être réalisé que par l'emploi d'un micromètre focal. Celui-ci est donc indispensable si l'on veut se trouver dans les meilleures conditions opératoires.