Ouest-Sud Sud Est, découpant le Houiller en étroits massifs, les uns affaissés, les autres surélevés, mais que l'on peut grouper cependant en deux fosses : la fosse de Kleine-Heide et la fosse de Zolder, séparées par le massif surélevé de Béverloo, de structure complexe.

Comme l'ont montré les exploitations de Beeringen, il est probable que les failles orientées suivant cette direction dominante sont accompagnées d'accidents conjugués, de moindre importance, dirigés du Sud-Ouest au Nord-Est. L'ensemble de ces failles dessine ainsi un réseau fort complexe ; aussi, le tracé des coupes et l'établissement des raccords entre les sondages sont, de ce fait, toujours plus ou moins sujets à caution.

# L'ESTIMATION DES MINES

*(Suite)* (1)

PAR

LÉON DEMARET

Inspecteur général honoraire des Mines (Lg.),
Docteur en Sciences (U. Lg.),
Ingénieur électricien (Mo).



## PRÉFACE

L'accueil favorable fait à mon premier travail par les Ingénieurs chargés d'estimer les mines, m'a encouragé à le compléter par l'exposé de la formule à 1 taux de Inwood, qui a été d'abord appliquée avant l'adoption des formules à 2 taux de Holskold et de King, et qui a encore ses partisans, et par l'exposé de la formule récente (1926) de Henry Louis, basée sur un principe nouveau reposant sur l'annuité à 3 taux, et douée au moins du mérite d'être la formule-mère de toutes les autres qui n'en sont que des cas particuliers.

J'exposerai ensuite l'application du calcul des probabilités à l'estimation.

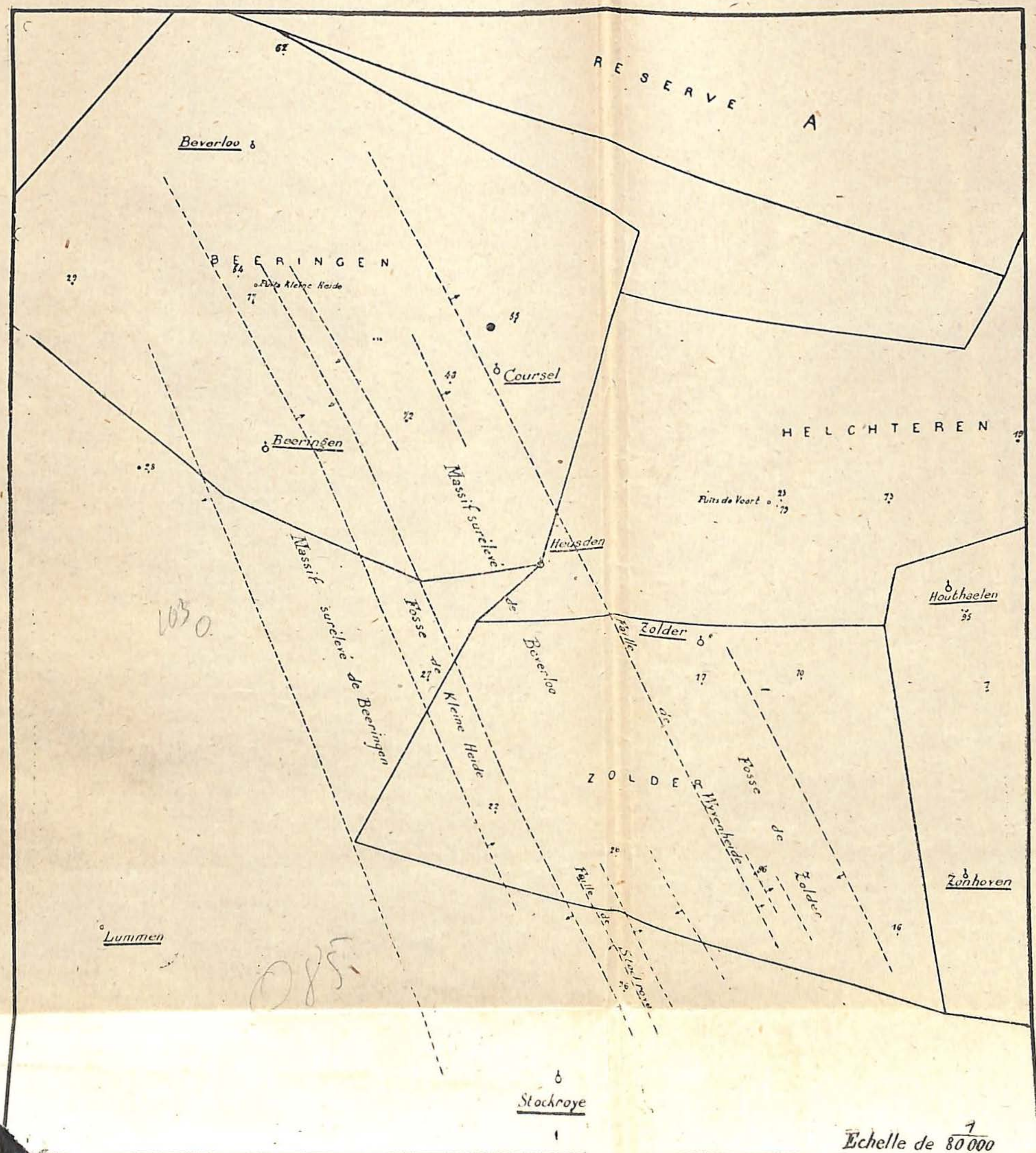
Je terminerai en indiquant les renseignements techniques à insérer dans les prospectus d'émission des actions minières.

### Evaluation de la teneur et de la puissance d'un front de taille devenu inaccessible (2).

Dans le cas où un massif est déjà entamé par l'exploitation et où le front de taille n'étant plus accessible pour le moment de l'expertise, ne peut plus être

(1) Voir première partie dans *Annales des Mines de Belgique*, 1925, t. XXVI, 2e liv., pp. 479 à 560.
(2) Custow. — *Mining and Metallurgy*, oct. 1925.

P. FOURMARIER. — **Les Sondages de Lummen (nº 85) et de Stockroye (nº 96), en Campine.**



échantillonné, alors que les galeries supérieure et inférieure qui se sont conservées à cause des massifs de protection, peuvent l'être, la teneur d'un point du front peut s'exprimer en fonction des teneurs $t_1$ et $t_2$ des points correspondants des galeries supérieure et inférieure, par la formule

$$t = \frac{t_1 d_2 + t_2 d_1}{t_1 + t_2}$$

où $d_1$ et $d_2$ désignent les distances du point du front aux galeries précitées.

De même, l'épaisseur en un point du front s'exprime en fonction des épaisseurs $e_1$ et $e_2$, par la formule

$$e = \frac{e_1 d_2 + e_2 d_1}{e_1 + e_2}$$

Ces formules sont déduites de l'hypothèse de l'uniformité de la variation de $t$ et $e$ entre $t_1$ ou $e_1$ et $t_2$ ou $e_2$.

## Différentes formules d'achat.

### I. — Capitalisation de l'annuité à 1 taux.

On appelle annuité à 1 taux $r$, celle qui comprend une part représentant l'intérêt $r$ servi au capital emprunté et une autre part appliquée à l'amortissement, capitalisée au même taux $r$ pendant $v$ années.

La valeur actuelle de l'annuité égale à 1 fr. est, d'après la formule de Inwood,

$$\frac{\sigma(r, v)}{(1+r)^v} = \frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^v}\right] = f.(r, v) \qquad (16^{\text{bis}})$$

Cet auteur admet pour la valeur de la mine, la valeur actuelle de l'annuité égale au bénéfice, soit :

$$V_{52} = B\, f.(r,v) = [(1+r)^{-1} + (1+r)^{-2} \ldots + (1+r)^{-v}]B = A_{39} \qquad (52)$$ (1)

(1) La formule pour le cas de B variable est :
$$A_{37} = (1 + r_b)^{-1} B_1 + (1+r_b)^{-2} B_2 + \ldots + (1 + r_b)^{-v} B_v$$



où $v$ est la vie de la mine *basée sur le seul minerai en vue* $Q_v$.

Comme la valeur $V_{52}$ touchée par le vendeur, sera placée par lui, il est permis de le supposer, dans des affaires industrielles, le taux $r$ peut être pris égal à :

$$r = r'_b = \frac{\alpha + r_b}{2} \qquad (25)$$

Voyons le sens de cette formule $V_{52}$ au point de vue du vendeur, puis au point de vue de l'acheteur :

Le vendeur touche la valeur actuelle des bénéfices qui seront faits pendant la vie $v$ de la mine, correspondant au minerai en vue, laissant à l'acheteur les bénéfices éventuels, avec les risques, donnés par le minerai $Q_e$ ; il se fait donc payer pour le certain, et abandonne l'incertain à l'acheteur.

L'acheteur doit employer les bénéfices intégraux B durant la vie, à amortir son achat, au même taux $r$ qui a servi de base à l'achat, et n'aura pour part bénéficiaire que les bénéfices de la survie, $v'$.

La valeur actuelle de ces bénéfices de la survie, au commencement de la période de survie, est B $f$ ($\alpha$, $v'$) et la valeur au commencement de la période $v$ est :

$$D_{53} = \frac{1}{(1+\alpha)^v} B\, f.(\alpha, v') \qquad (53)$$

à laquelle correspond un dividende annuel dans la vie et la survie :

$$b_{d_{54}} = \frac{D_{53}}{f.(\alpha, v + v')} = \frac{1}{(1+\alpha)^v} \cdot \frac{f.(\alpha, v')}{f.(\alpha, v+v')} B \qquad (54)$$

Il résulte de ce qui précède, que la formule de Inwood $V_{52}$ n'a d'application que dans le cas où il existe du minerai espéré, car sinon, l'acheteur n'aurait aucune promesse de rémunération; le seul cas où il existe du minerai espéré peut donc être considéré, dans la comparaison des résultats donnés par la formule de Inwood et de ceux donnés par la formule de Hoskold.

EXEMPLE. — *Mine M(v) pouvant donner un bénéfice annuel de 1.000.000 de francs pendant 10 ans, par l'exploitation du minerai en vue, et de 800.000 francs pendant 6 ans par l'exploitation du minerai espéré (1re p., p. 483).*

$B_1$ = 1.000.000 de francs pendant la vie $v = 10$
$B_2$ = 800.000 francs id. survie $v' = 6$
Vie totale : $v + v' = 16$.

1° *Formule de Inwood :*

$$r_b = 0{,}015, \quad \alpha = 0{,}05, \quad r = r'_b = \frac{0{,}15+0{,}05}{2} = 0{,}10$$

$$V_{52} = 6.154.000 \text{ fr.} \qquad b_{d_{54}} = 285.000 \text{ fr.}$$

$$\frac{B_1}{V_{52}} = 0{,}162 \qquad \frac{b_{d_{54}}}{V_{52}} = 0{,}046$$

2° *Formule de Hoskold :*

$$A_{31} = 4.897.000 \text{ fr.} \qquad r_d = 0{,}15 + 0{,}042 = 0{,}192 \qquad (23)$$

$$\text{Si } A_{31} = 6.154.000 \text{ fr.}, \ r_b = 0{,}11 \text{ et}$$

$$r_d = 0{,}11 + 0{,}042 = 0{,}152$$

Il résulte des calculs ci-dessus, les considérations suivantes :

1° Si l'achat est réglé par la formule de Inwood à 6.154.000 francs, on peut supposer que les bénéfices intégraux $B_1$ seront appliqués par les actionnaires pendant 10 ans à amortir leur capital pendant cette période, s'ils



parviennent à placer leur argent au taux 0,10 (ce qui, déjà, n'est guère possible).

Outre le dividende $B_1$ pendant la vie de la mine, les actionnaires toucheront comme part bénéficiaire 0,046 pendant la vie et la survie; ils toucheront donc en tout, 0,208 pendant la vie, et 0,046 pendant la survie.

Les actionnaires disposés à accepter ces conditions sont introuvables.

2° La formule de Hoskold donne pour le prix d'achat 4.975.000 francs et fait toucher aux actionnaires, pendant la vie et la survie, un dividende de 0,192, dont 0,15 comme intérêt bénéficiaire et 0,042 destiné à l'amortissement.

Ces conditions sont satisfaisantes et l'émission pourrait réussir.

Une autre façon de montrer que le prix fixé par la formule de Inwood est inacceptable, est de l'égaler à la formule de Hoskold $A_{31}$ et de déduire de cette équation $r_b = 0{,}11$; le taux ne correspond pas, suivant l'hypothèse primitive qui exige $r_b = 0{,}15$, au caractère aléatoire de l'affaire, où le minerai espéré entre en ligne de compte (1re p., p. 533).

---

Devant l'application de la formule de Inwood, la question que l'acheteur doit se poser est : si les avantages qu'il retirera pendant la survie seront suffisants pour le récompenser de ses efforts et de son attente avec les risques que celle-ci comporte. L'acheteur est ainsi amené à porter spécialement son attention sur ce que vaut la quantité de minerai espéré $Q_e$, sur quoi réside uniquement le bénéfice éventuel de son marché.

Je dois dire que je ne conçois pas bien, qu'un acheteur consente à laisser au vendeur tout le bénéfice résultant du minerai en vue et se contente du bénéfice aléatoire que donnera le minerai espéré ; je doute qu'une société puisse trouver des actionnaires si bénévoles.

Dans la pratique, la formule de Hoskold a détrôné la formule de Inwood, dont cependant certains spécialistes de l'évaluation restent partisans, en se réservant le droit de choisir le taux $r$.

Il va de soi que la formule de Inwood peut donner le même résultat que la formule de Hoskold, si les taux $r$, $\alpha$ et $r_b$ sont choisis convenablement, ainsi que nous l'avons indiqué à la page 151 où

$$r = 0{,}10,\ \alpha = 0{,}05,\ r_b = 0{,}11.$$

Si l'on recherchait cette égalité dans le cas où $r = \alpha$, on trouverait que nécessairement $r = \alpha = r_b$ ainsi que nous le montrerons (page 159).

Mais si dans l'exemple de la page 150, il est question de prendre pour $r$, une valeur telle que $V_{52}$ donne là même valeur que $A_{31}$, mieux vaut entamer de suite le calcul de $A_{31}$ et s'en tenir à cette dernière formule,, basée sur un principe d'équité qui fait défaut à la formule $V_{52}$.

---

## II. — Capitalisation de l'annuité à 2 taux.

Dans l'annuité B à 2 taux, $r_b$ et $\alpha$, une part représente l'intérêt au taux de risque ou taux bénéficiaire $r_b$ servi au capital emprunté, et l'autre part sert à l'amortissement capitalisée au taux $\alpha$.

Les formules de Hoskold et de King sont des applications de cette méthode de capitalisation.

Inwood a donné de la formule de Hoskold $A_{18}$, une *interprétation*, basée sur les formules (15) et (16), qui en fait bien ressortir le sens.



$r_b$ est l'intérêt de 1 franc, au taux de risque ;

$$\frac{1}{\sigma(\alpha,\ v)}$$

est l'annuité qui amortit 1 franc au taux $\alpha$, en $v$ années ;

$$r_b + \frac{1}{\sigma(\alpha,\ v)}$$

est une annuité à 2 taux qui comprend l'intérêt au taux de risque $r_b$, et l'amortissement de 1 franc au taux $\alpha$.

$$\frac{1}{r_b + \dfrac{1}{\sigma(\alpha, v)}}$$

est la somme produite par l'annuité précitée, au bout de $v$ années.

$$\frac{1}{r_b + \dfrac{1}{\sigma(\alpha,\ v)}}\ B$$

est la somme produite par l'annuité B qui comprend l'intérêt au taux de risque $r_b$ et l'amortissement au taux $\alpha$ du prix d'achat ; c'est donc $A_{18}$.

*Cas des bénéfices variables $A_{30}$ et $A_{31}$.*

1° Dans le cas de mines pourvues de travaux de traçage considérables — comme les mines d'or du Witwatersrand (Transvaal) — ou d'un grand développement, comme disent les Anglais, les teneurs peuvent varier d'une façon notable dans les différents étages.

Or, l'application des formules faisant usage d'un bénéfice moyen (voir tableau 1<sup></sup>re p., p. 529), revient à admettre qu'il est possible, dans l'exploitation, de constituer un minerai sortant de richesse moyenne $t_b$ ; mais toujours le procédé sera irréalisable ou anti-économique, car il est coûteux d'entretenir des étages pour y extraire de chacun un peu de minerai, de façon à constituer l'extraction annuelle $K_b$ de richesse moyenne $t_b$.

Presque toujours, pour des raisons supérieures, l'exploitation prendra les étages en descendant, et les teneurs ainsi que les bénéfices seront différents dans les étages successifs.

Donc, pour les grandes mines, il faudra faire usage des formules relatives au cas où les bénéfices sont variables, soit d'année en année, soit par groupe d'années; les formules $A_{30}$ et $A_{31}$ (1) répondent à ces cas.

2° Un autre emploi de ces formules relatives aux bénéfices variables, concerne la période de mise en train, la période normale et la période de décadence des mines, qui répondent à l'enfance, à l'âge adulte et la vieillesse de l'homme; nous avons donné un exemple d'application (1<sup>re</sup> p., p. 535).

---

### *Amortissement des installations $I_0$ dans le cas des mines $M$ ($n_0$, $v$).*

Nous avons établi le calcul des formules $A_{27}$, $A_{28}$ et $A_{41}$, en faisant d'abord abstraction des installations à édifier, puis en déduisant de la valeur calculée de A, la valeur actuelle des installations au moment du paiement, donc en *procédant à un amortissement massif des installations*.

C'est là une méthode approximativement exacte.

*Formules de Hoskold $A_{27}$ et $A_{28}$.*

Plus exactement, on peut écrire que le reste, après prélèvement sur le bénéfice de la part bénéficiaire $Ar_b$, doit pouvoir amortir non seulement le prix d'achat, mais

(1) Dans l'exemple p. 150, nous avons fait usage de la formule $A_{31}$.



encore la valeur acquise par les installations au bout de la vie de la mine (1), d'où

$$A_{57} = (1 + r_b)^{-n_0} \times \frac{B\,\sigma(\alpha, v) - I_0 (1 + r_b)^{\frac{n_0}{2}+v}}{1 + r_b\,\sigma(\alpha, v)} \qquad (57)$$

payable au commencement de la période $n_c$.

et de même :

$$A_{58}' = (1 + r'_b)^{-n_0} \times \frac{B\,\sigma(\alpha, v) - I_0 (1 + r_b)^{\frac{n_0}{2}+v}}{1 + r_b\,\sigma(\alpha, v)} \qquad (58)$$

*Formule de King $A_{42}$.*

La caisse qui reçoit annuellement les bénéfices, doit contenir au bout de la vie de la mine, le prix d'achat A, plus la somme produite par l'annuité égale à la part bénéficiaire que l'acheteur est en droit de toucher pendant la période $n_0 + v$, plus la valeur acquise (1) par les installations, d'où

$$A_{59} = \frac{B\,\sigma(\alpha, v) - I_0 (1 + r_b)^{\frac{n_0}{2}+v}}{1 + r_b\,\sigma(\alpha, n_0 + v)} \qquad (59)$$

payable au commencement de la période $n_0$.

Il y a bien lieu ici de prendre pour le calcul de la valeur acquise des installations au bout de $\frac{n_0}{2} + v$, l'intérêt $r_b$ ; car les sommes seront mises dans l'industrie minière pour le paiement du matériel $I_0$, par l'acheteur, qui est en droit d'exiger l'application du taux de risque.

*Exemple* (1<sup>re</sup> partie, p. 534) :

$B = 1.200.000$ fr. $n_0 = 4$, $v = 10$, $r_b = 0{,}10$, $\alpha = 0{,}05$

$I_0 = 3.000.000$ fr. à payer l'an $\frac{n_0}{2}$ en moyenne.

| | | |
|---|---|---|
| $A_{27}$=1.866.000 fr. | ($A_{28}$=2.307.000 fr. | $A_{44}$=2.400.000 fr. |
| $A_{57}$=1.767.000 fr. | ($A_{58}$=1 893 000 fr. | $A_{59}$=1.928.000 fr. |

(1) Ou le coût *définitif* des installations.

Du tableau ci-dessus, il ressort combien les formules modifiées $A_{57}$, $(A_{58})$ et $A_{59}$, donnent des résultats plus voisins entre eux que les formules premières $A_{27}$, $(A_{28})$ et $A_{44}$.

*Amortissement des installations en plusieurs années.*

Dans toutes les formules, nous avons considéré jusqu'à présent, pour plus de simplicité, que les installations à créer dans la période $n_0$ étaient payables en une fois, au milieu de la période $n_0$; cette hypothèse est souvent suffisamment exacte.

Si plus de précision est nécessaire, il faut supposer que les paiements $i_1$, $i_2$, $i_3$ doivent être annuels, par exemple pendant 3 ans, et déduire :

$$[i_1 (1+\alpha)^{-1} + i_2 (1+\alpha)^{-2} + i_3 (1+\alpha)^{-3}]$$

Si $i_1 = i_2 = i_3$, la somme à déduire devient

$$i_1 [(1+\alpha)^{-1} + (1+\alpha)^{-2} + (1+\alpha)^{-3}] = i_1 f.(\alpha, 3) \quad (52)$$

---

## III. — Capitalisation de l'annuité à 3 taux.

$r_b$, taux de risque, ou taux bénéficiaire.

$\alpha$, taux d'amortissement des versements successifs $x_1, x_2 \ldots x_n$, au fonds d'amortissement.

$i$, taux de rémunération pour l'acheteur de la partie du capital retirée de l'entreprise et lui rendue pour être versée au fonds d'amortissement, sans donc qu'il en ait la jouissance; ce taux est le taux normal, ou taux industriel, intermédiaire entre $r_b$ et $\alpha$.

Dans cette conception, l'acheteur ne touche l'intérêt $r_b$ que pour la partie du capital non retirée encore de l'entreprise; il touche en outre l'intérêt au taux $i$ de ses versements annuels au fonds d'amortissement.



Par exemple, la part bénéficiaire à la fin de la deuxième année s'exprime par :

$$(A - x_1)\, r_b + x_1\, i$$

d'où $B_2 = (A - x_1)\, r_b + x_1\, i + x_2$

En égalant $B_n = B_{n-1}$, on déduit

$$x_n = x_{n-1}\,(1 + r_b - i)$$

L'équation d'amortissement (17), applicable au cas où les versements au fonds d'amortissement $B - Ar_b$ sont constants, ne l'est pas au cas des versements variables; le premier terme de l'équation est remplacé par la formule de la valeur acquise par une *annuité à termes en progression géométrique*; cette nouvelle équation permet de déduire :

$$A_{60} = \frac{(1 + r_b - i)^v - (1+\alpha)^v}{r_b - (i+\alpha) + r_b\,[(1 + r_b - i) + (1+\alpha)^v]} \text{ (1)} \quad (60)$$

formule, qui ; pour $i = \alpha$, devient :

$$A_{61} = \frac{(1 + r_b - i) - (1+\alpha)^v}{r_b - 2\alpha + r_b\,[(1 + r_b - \alpha) + (1+\alpha)]} \quad (61)$$

Cette formule $A_{61}$ à 2 taux résulte donc de l'application du principe que l'acheteur ne touchera le taux $r_b$ que pour les sommes restant dans l'affaire, après versement annuel au fonds d'amortissement, et touchera en outre le *taux* $\alpha$ pour les sommes retirées, dont la jouissance lui est enlevée par le fait qu'il est tenu de les verser à la caisse d'amortissement, qui fonctionne *au même taux* $\alpha$.

*Exemple.* — $v = 10$, $\alpha = 0{,}035$ :

| $r_b$ | $A_{18}$ | $A_{61}$ | Majoration |
|---|---|---|---|
| 0,07 | 6,97 B | 6,44 B | 0,083 B |
| 0,10 | 6,09 B | 5,40 B | 0,023 B |
| 0,15 | 4,97 B | 4,25 B | 0,169 B |

(1) Les formules $A_{60}$ et $A_{61}$ sont dues à M. le Professeur Henry Louis, de l'Université de Newcastle-on-Tyne (*Trans. of Inst. of Mining Engineers*, 1926).

Quand il s'agit de bénéfices importants, ces majorations atteignent des sommes respectables.

—

Il a été objecté à cette formule nouvelle à deux taux $A_{61}$, que son auteur préfère à la formule $A_{60}$ et dont le principe a été inspiré par un désir de départager équitablement les droits du vendeur et ceux de l'acheteur, que le raffinement du calcul qui l'établit, fait contraste avec l'aléa que présente la fixation du bénéfice annuel B ; celui-ci dépend, en effet, ainsi que le montre la formule (14), d'une foule de facteurs, qui sont à déterminer par estimation, tels l'extraction annuelle, la vie de la mine, le prix du métal, la teneur du minerai, le rendement général et le prix de revient.

L'auteur de la formule estime qu'ayant déterminé en conscience le bénéfice B, avec le plus d'exactitude possible, l'Ingénieur-expert doit faire usage du multiplicateur le plus équitable possible, pour respecter les droits à la fois de l'acheteur et du vendeur, mais reconnaît que c'est toujours l'acheteur qui est maître de la situation, parce qu'il peut imposer l'emploi de la formule de Hoskold ou bien parce que, s'il accepte l'emploi de la formule de Henry Louis, il pourra imposer l'adoption d'un taux $r_b$ supérieur, de façon à faire redescendre le multiplicateur au niveau de celui de la formule de Hoskold.

Par exemple, dans le cas où $\alpha = 0{,}035$ et $v = 30$, si le vendeur exige l'application de la formule de Henry Louis, alors que la formule de Hoskold pour $r_b = 0{,}134$ donne le multiplicateur 6,51, l'acheteur exigera de son côté l'adoption, pour la formule de Henry Louis, de $r_b = 0{,}15$ qui donne également le multiplicateur 6,51

—

En conclusion, je dirai que l'Ingénieur-expert préférera toujours faire usage de la formule de Hoskold,



parce qu'elle contient, comme le montre la comparaison des résultats numériques du tableau ci-dessus, une réserve latente, donnant de la sécurité et une assurance contre les risques imprévus.

S'il fallait à toute force tenir compte du principe nouveau introduit par M. le Professeur Henry Louis, ma préférence irait à la formule $A_{60}$, pas plus compliquée mais plus équitable que la formule $A_{61}$.

---

### Synthèse de toutes les formules d'estimation.

La formule à 3 taux $A_{60}$ présente l'intérêt théorique de synthétiser, les formules à 2 taux $A_{61}$ et $A_{18}$ et à 1 taux, $V_{52}$, qui toutes s'en déduisent, n'en étant donc que des cas particuliers. Cette déduction prouve l'exactitude de la formule $A_{60}$.

Nous formons le tableau général des formules comme suit :

**Annuité à 3 taux.** — $\alpha, i, r_b$

$$A_{60} = \frac{(1 + r_b - i)^v - (1 + \alpha)^v}{r_b - (i + \alpha) + r_b\left[(1 + r_b - \alpha) + (1 + \alpha)^v\right]} B \qquad \text{(Henry Louis)}$$

**Annuité à 2 taux.** $1^\circ\ r = \alpha, r_b$

$$A_{61} = \frac{(1 + r_b - \alpha) - (1 + \alpha)^v}{r_b - 2\alpha + r_b\left[(1 + r_b - \alpha) + (1 + \alpha)\right]} B \qquad \text{(Henry Louis)}$$

**Annuité à 2 taux.** $2^\circ\ r = r_b, \alpha.$

$$A_{20} = \frac{(1 + \alpha)^v - 1}{\alpha + r_b\left[(1 + \alpha)^v - 1\right]} B = A_{18} \qquad \text{(Hoskold)}$$

**Annuité à 1 taux.** $r_b = r = \alpha = i$

$$V_{52} = B\, f.\,(r, v). \qquad \text{(Inwood)}$$

---

**Emploi du calcul des probabilités dans l'estimation des mines.**

1. *Notation.* —Sondages situés sur une ligne de coupe :

n$^{os}$ 1 , 2 , 3 . . . $n—1$ , $n$

Quantités déterminées pour chacun des sondages (puissance ou teneur) :

$$a_1 \quad , a_2 \quad , a_3 \quad . \quad . \quad . \quad a_{n-1} \quad , a_n$$

Distances entre les sondages :

$$d_{1,2} \qquad d_{2,3} \qquad . \quad . \quad . \qquad d_{n-1,n}$$

Considérons un moment le cas $a = e$, épaisseur ou puissance de la couche ; mais il en est de même du cas $a = t_b$, teneur en grs/tonne ou en % du minerai.

Dans la coupe verticale représentant l'allure de la couche, traçons en pointillé des lignes verticales médianes entre les sondages ; ces lignes délimitent dans la couche les zones d'influence de chaque sondage ; l'influence d'une valeur de $e$ sur la moyenne est représentée par l'aire du parallélogramme dont un côté est la distance de deux lignes médianes, et l'autre côté la valeur de $e$.

Posons $p_1 = d_{1,2} \quad p_2 = \dfrac{d_{1,2} + d_{2,3}}{2} \cdots p_n = \dfrac{d_{n-1,n}}{2}$

La valeur moyenne est, d'après le calcul des probabilités :

$$a_m = \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2 \cdots\cdots + a_n p_n}{p_1 + p_2 + \cdots\cdots + p_n} \qquad (62)$$

$$= a_1 \frac{p_2}{\Sigma p} + a_2 \frac{p_2}{\Sigma p} \cdots + a_n \frac{p_n}{\Sigma p}.$$



$$\frac{p_1}{\Sigma p}, \quad \frac{p_2}{\Sigma p} \quad \cdots\cdots \quad \frac{p_n}{\Sigma p} \text{ sont les}$$

*poids* de chacune des valeurs $a$, dans la formation de la *moyenne géométrique*.

2. L'*erreur probable* est donnée par la formule :

$$\varepsilon = \pm\ 0{,}6745 \sqrt{\frac{\Sigma\, p\, r^2}{(n_{-1})\, \Sigma\, p}} \qquad (63)$$

où $r$ est le *résidu* : $r_1 = a_1 - a_m$, $r_2 = a_2 - a_m$ etc.

*L'erreur probable proportionnelle* est $\varepsilon_p = \dfrac{\varepsilon}{a_m}$

3. La valeur à adopter pour la moyenne est :

$$a_m \pm \varepsilon = a_m (1 \pm \varepsilon_p) \qquad (64)$$

*Cas particulier :* Les sondages de la coupe sont équidistants :

$$d_{1,2} = d_{2,3} = \cdots\cdots d$$

1. La formule (62) de la valeur moyenne devient :

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 \cdots\cdots + a_n}{n} \qquad (65)$$

qui est la *moyenne arithmétique*.

2. La formule (63) de l'erreur probable devient :

$$\varepsilon = \pm\, 0{,}6745 \sqrt{\frac{\Sigma r^2}{n\,(n_{-1})}} \qquad (66)$$

**Application à la valeur de A.**

$\varepsilon_{p,e}$, $\varepsilon_{ptb}$ désignent les erreurs proportionnelles probables calculées pour la puissance $e$ et pour la teneur $t_b$.

Ces erreurs ont influencé le volume, le tonnage, le bénéfice, et par suite la valeur calculée de A, par leur combinaison.

*L'erreur proportionnelle probable combinée est :*

$$\varepsilon_{p,c} = \sqrt{\varepsilon^2_{pe} + \varepsilon^2_{ptb}} \qquad (67)$$

et la valeur de A devient :

$$A\,(1 \pm \varepsilon_{p,c}) \qquad (68)$$

*Conclusion.* — C'est M. le Professeur Henry Louis, de l'Université de Newcastle-on-Tyne, qui a suggéré l'application du calcul des probabilités à la correction de la valeur du prix d'achat. Cette correction amène une diminution *mathématique* du prix d'achat, qui remplace avantageusement celle résultant de l'introduction d'un *coefficient de réduction* que les Ingénieurs-experts ont l'habitude d'introduire; ils s'imaginent baser la hauteur de ce coefficient d'après des cas antérieurement étudiés par eux, et ne s'aperçoivent pas que c'est le degré de prudence de leur caractère qui la fixe.

Il convient évidemment de supprimer autant que faire se peut, l'équation personnelle dans les évaluations, et à cet égard, l'emploi du calcul des probabilités me paraît recommandable.

*Observations discordantes.*

Je me suis prononcé sur la conduite à tenir; j'ai dit qu'il fallait écarter, comme entachés d'erreur, les résultats des essais qui sont notablement plus élevés que les essais voisins, et leur substituer la moyenne de deux essais voisins; que cette discrimination était imposée par l'hypothèse de base, à savoir que seule l'homogénéité du gisement justifie l'échantillonnage (1re p., p. 491).



Au surplus, cette manière d'agir donne plus de sécurité à l'Ingénieur-expert.

Beaucoup d'Ingénieurs admettent ces observations discordantes, quand la nature géologique du gisement comporte de grandes variations locales de la puissance ou de la teneur; mais ils doivent auparavant élucider si la discordance est due à une erreur d'observation, ou existe réellement dans le gisement : le calcul des probabilités peut être appelé à l'aide.

*Notations* : $a_{m,\,n}$ valeur moyenne de $n$ observations
$\varepsilon_n$ erreur probable de $n$ observations
$a_{m,\,n}$ valeur moyenne de $n-1$ observations
$\varepsilon_{n-1}$ erreur probable de $n-1$ observations
$\varepsilon_{1,n}$ erreur probable sur une observation de la série $n$
$r_n$ résidu.

Dans le calcul des probabilités, on démontre la formule

$$\varepsilon_{1,n} = \varepsilon_n \sqrt{n} \qquad (69)$$

Si pour l'observation discordante :

$r_n > 3{,}5\ \varepsilon_{1,n}$, l'observation discordante doit être discutée (70)

$r_n > 5\ \varepsilon_{1,n}$, elle doit être rejetée sans discussion [1]. (71)

---

**Cas des mines non développées.**

J'ai dit (1re p., p. 535) qu'il ne pouvait être question d'établir une base rationnelle pour le prix d'achat, dans le cas considéré. L'emploi du calcul des probabilités permet cependant de faire rentrer ce cas dans les formules qui sont applicables aux mines développées.

(1) Whrigt et Hayford.

Dans le cas de mines non développées, quelques recherches par sondages ou par puits ont renseigné sur la puissance et la teneur du minerai; en affectant chacune de ces données d'un *poids*, on arrive à savoir calculer une moyenne géométrique et l'erreur probable de cette moyenne.

C'est dans la fixation des poids que gît tout le système; pour exercer ce choix, il faut une grande habitude des gisements qui permet de deviner leurs lois des variations; c'est dire qu'ici l'équation personnelle de l'Ingénieur-expert entre en action.

A défaut d'une méthode physique de mesure, cette méthode mathématique peut toujours être employée, ne fût-ce qu'à titre indicatif. Il faut cependant faire remarquer, qu'au lieu d'évaluer des poids qui affectent les résultats des sondages, on peut tout aussi bien estimer les teneurs en différents points, en se reportant aux lois ordinaires des variations des gisements du genre de celui considéré, pour calculer la teneur moyenne, ainsi que nous l'avons fait par une méthode graphique, comme celle de la fig. 2 de la p. 488, 1re p.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

J'ai exposé l'utilité de l'estimation annuelle de la mine pour les exploitants et pour les banques industrielles (1).

En terminant, je veux insister près des financiers sur l'importance et la nécessité de l'estimation de la mine avant de laisser s'édifier des installations métallurgiques. Seule, la reconnaissance d'une quantité de minerai en vue, dont le bénéfice d'exploitation pourra, après paiement d'un intérêt bénéficiaire en rapport avec le risque

(1) Voir 1re partie p. 556.



spécial au gisement, amortir, au bout de la vie de la mine, par application du reste du bénéfice annuel, le prix payé pour la mine plus le coût *définitif* d'une usine de traitement à construire (1), justifie l'utilité de cette usine.

Malheureusement, l'estimation est parfois négligée — involontairement ou non — et l'érection des installations de surface est précipitée, afin de frapper par leur ampleur, l'esprit des actionnaires, qui, en général, ne connaissent rien de là valeur du fond, et sont contents ainsi.

La plus belle usine de traitement, établie sur un gisement sans importance ou valeur, vaut le prix de la mitraille et le prix des terrains, s'il reste à ceux-ci une valeur après paiement des frais de démolition de l'usine; les pays de mines métalliques sont parsemés de ruines d'établissements métallurgiques construits sans motif et dont, par suite, la vie a été très courte ou même a été nulle.

Une telle négligence de l'étude économique du gisement propre, tend, par ses conséquences ruineuses, à fixer la défiance du public sur les affaires de mines métalliques; sa confiance ne peut être gagnée que par la publication des conclusions numériques du rapport de l'Ingénieur-expert, d'un nom connu, ayant estimé le tonnage du minerai en vue de sa teneur moyenne, la vie de la mine et le bénéfice annuel d'après le cours adopté pour le métal.

La publication de ces éléments dans les prospectus d'émission, ainsi que cela se pratique généralement aux Etats-Unis et en Angleterre, doit être la règle, si les financiers veulent développer en Belgique la fondation d'affaires de mines métalliques situées à l'étranger, fondation fortement désirable au point de vue du maintien de notre change stabilisé et du développement de nos relations commerciales.

(1) Principe de la formule de Hoskold Ass.