

Précision de la Méthode du Quadrilatère

DANS

l'Orientation des Levés souterrains par deux fils à plomb

PAR

M. DEHALU

Professeur de topographie à l'Université de Liège.

La précision dans l'emploi des fils à plomb en topographie minière, dépend en partie de leur mode de rattachement aux levés de la surface et du fond. Divers procédés ont été indiqués, parmi lesquels figure celui du quadrilatère qui fait l'objet de cette note.

Rappelons brièvement en quoi il consiste :

Soient F_1 et F_2 (fig. 1), les projections horizontales de deux fils à

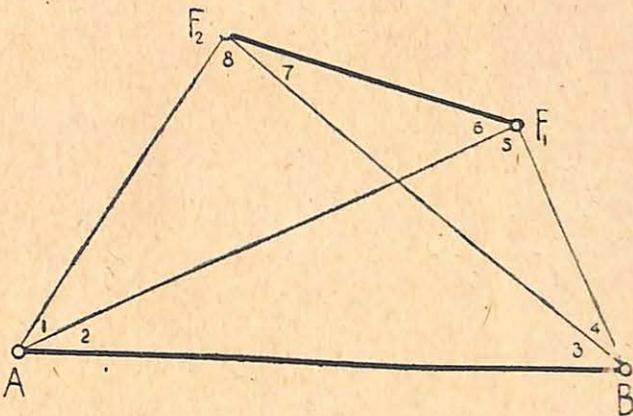


Fig. 1

plomb qu'on suppose suspendus librement dans un puits de mine vertical, et A, B les emplacements, choisis en dehors de ce puits, de

deux stations où, à l'aide d'un théodolite, on mesure les angles 1, 2, 3 et 4. La forme du quadrilatère ABF_1F_2 , ainsi déterminé, dépend évidemment de la position des points A et B par rapport aux fils F_1 et F_2 ; il est aisé de voir que quatre cas peuvent se présenter.

Examinons les séparément.

1^{er} cas. — La disposition étant celle représentée fig. 1, les angles inconnus du quadrilatère seront 5, 6, 7 et 8.

Le premier et le dernier s'obtiennent immédiatement puisque l'on a

$$(1) \quad \begin{cases} 5 = 180^\circ - (2 + 3 + 4) \\ 8 = 180^\circ - (1 + 2 + 3). \end{cases}$$

Les autres angles se calculent de la manière suivante :

Des relations

$$\frac{\sin(7 + 8)}{\sin 6} = \frac{\sin(1 + 6)}{\sin 6} = \frac{AF_1}{AF_2}$$

$$\frac{\sin 3}{\sin 8} = \frac{AF_2}{AB}$$

$$\frac{\sin 5}{\sin(3 + 4)} = \frac{AB}{AF_1},$$

on tire, en les multipliant membre à membre :

$$\frac{\sin(1 + 6)}{\sin 6} = \frac{\sin(3 + 4) \sin 8}{\sin 3 \sin 5}.$$

Développant le premier membre de cette équation, on trouve finalement

$$(2) \quad \cotg 6 = -\cotg 1 + \frac{\sin(3+4) \sin 8}{\sin 1 \sin 3 \sin 5}.$$

On obtiendrait de même

$$(3) \quad \cotg 7 = -\cotg 4 + \frac{\sin 5 \sin(1+2)}{\sin 2 \sin 4 \sin 8}.$$

Les formules (1), (2) et (3) résolvent le problème, et l'on voit que les angles inconnus sont indépendants des côtés du quadrilatère.

2^e cas. — Supposons la base AB disposée comme dans la fig. 2, c'est-à-dire dans une position à peu près perpendiculaire aux fils et ses deux extrémités A et B placées de part et d'autre de ceux-ci.

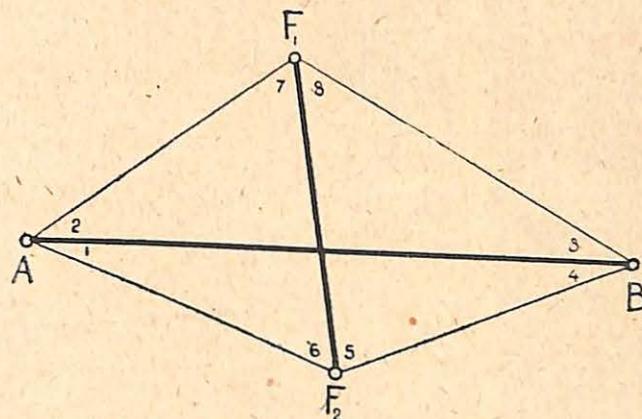


Fig. 2

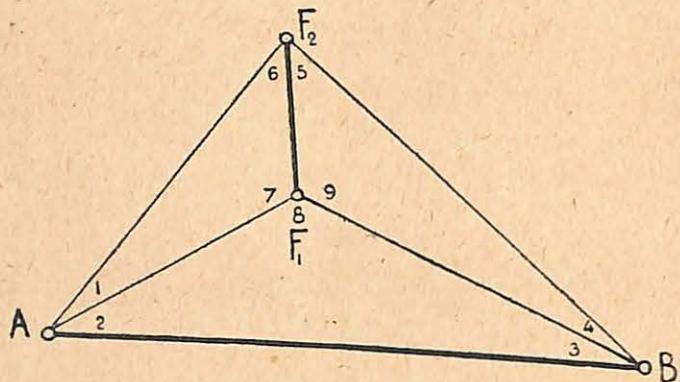
En A et B, on mesure encore les angles 1, 2, 3 et 4; les inconnues sont 5, 6, 7 et 8. On a d'abord

$$(4) \quad \begin{cases} 5 + 6 = 180^\circ - (1 + 4) \\ 7 + 8 = 180^\circ - (2 + 3); \end{cases}$$

puis les équations suivantes (ou d'autres analogues) qui s'établissent comme précédemment :

$$(5) \quad \begin{cases} \cotg 5 = -\cotg(3 + 4) + \frac{\sin 1 \sin(2 + 3)}{\sin 2 \sin(1 + 4) \sin(3 + 4)} \\ \cotg 6 = -\cotg(1 + 2) + \frac{\sin 4 \sin(2 + 3)}{\sin 3 \sin(1 + 4) \sin(1 + 2)} \\ \cotg 7 = -\cotg(1 + 2) + \frac{-\sin 3 \sin(1 + 4)}{\sin 4 \sin(2 + 3) \sin(1 + 2)} \\ \cotg 8 = -\cotg(2 + 3) + \frac{\sin 4 \sin(1 + 2)}{\sin 1 \sin(2 + 3) \sin(3 + 4)}. \end{cases}$$

3^e cas. — Dans le cas de la figure 3 où les deux stations du théodolite sont prises à droite et à gauche de la direction des fils, la



Fi. 3.

base AB étant soit en avant soit en arrière de ceux-ci, on mesure les angles 1, 2, 3 et 4 et il s'agit d'obtenir les valeurs des angles 5, 6, 7, 8 et 9. Elles se déduisent facilement des relations

$$(6) \begin{cases} 6 + 7 = 180^\circ - 1 \\ 9 + 5 = 180^\circ - 4 \\ 8 = 180^\circ - (2 + 3) \\ 6 + 5 = 180^\circ - (1 + 2 + 3 + 4) \\ 7 + 8 + 9 = 360^\circ \end{cases}$$

et

$$\cotg 5 = -\cotg (1+2+3+4) + \frac{\sin 1 \sin 3}{\sin 2 \sin 4 \sin (1+2+3+4)}$$

$$\cotg 6 = -\cotg (1+2+3+4) + \frac{\sin 2 \sin 4}{\sin 1 \sin 3 \sin (1+2+3+4)}$$

$$\cotg 7 = +\cotg (2+3) - \frac{\sin 4 \sin (1+2)}{\sin 1 \sin (3+4) \sin (2+3)}$$

$$\cotg 9 = +\cotg (2+3) - \frac{\sin 1 \sin (3+4)}{\sin 4 \sin (1+2) \sin (2+3)}$$

4^e cas. — La base AB (fig. 4) est située du même côté des fils. On mesure les angles 1, 2, 3, 4 et 5; les angles inconnus 6, 7, 8 et 9

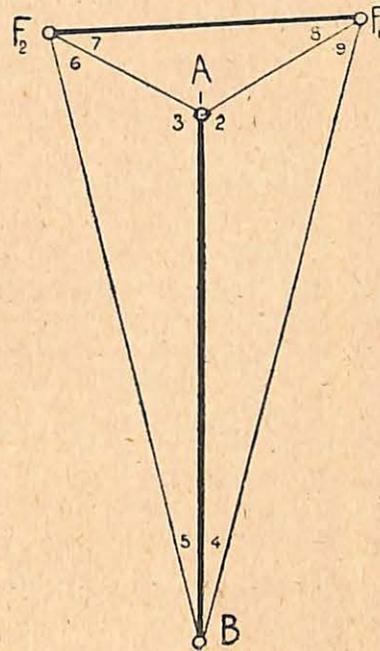


Fig. 4.

peuvent se calculer à l'aide des formules

$$(8) \begin{cases} 6 = 180^\circ - (3+5) \\ 9 = 180^\circ - (2+4) \end{cases}$$

$$(9) \begin{cases} \cotg 7 = -\cotg 1 + \frac{\sin 5 \sin 9}{\sin 1 \sin 4 \sin 6} \\ \cotg 8 = -\cotg 1 + \frac{\sin 4 \sin 6}{\sin 1 \sin 5 \sin 9} \end{cases}$$

Les formules qui viennent d'être établies résolvent *théoriquement* le problème proposé. En effet, si l'on a déterminé, par un procédé

quelconque, l'azimut de la direction AB à la surface, par exemple, il sera possible d'en déduire, puisque tous les angles du quadrilatère ABF_1F_2 sont connus, l'azimut du plan des fils F_1F_2 et, au moyen d'un nouveau quadrilatère, l'azimut d'une direction souterraine AB convenablement choisie.

Mais dans la pratique, la précision, pour chacun des quatre cas examinés, dépendra des dimensions mêmes de la figure, ou plus exactement du rapport des dimensions de la base AB à la distance F_1F_2 des deux fils et de leur position relative, et l'on conçoit que certaines formes de quadrilatères puissent être plus avantageuses que d'autres.

En d'autres termes, si l'on suppose que les angles mesurés soient affectés d'erreurs accidentelles, on peut se proposer d'établir non seulement le degré de précision qu'on peut espérer atteindre dans la transmission de l'azimut de la direction AB en F_1F_2 ou réciproquement, mais encore la forme du quadrilatère qui, dans chacun des quatre cas, offrira la plus grande précision.

Tel est le but des développements qui suivent.

Précision de la méthode.

Examinons séparément chacun des quatre cas précédents.

1^{er} cas. — Si l'on pose

$$P = \frac{\sin(3+4) \sin 8}{\sin 1 \sin 3 \sin 5},$$

la formule (2) s'écrira

$$\cotg 6 = P - \cotg 1$$

ou

$$6 = \text{arc cotg} [P - \cotg 1],$$

et par différentiation

$$\Delta(6) = - \frac{\Delta[P - \cotg 1]}{1 + [P - \cotg 1]^2}.$$

Or,

$$\begin{aligned} \Delta[P - \cotg 1] &= + \frac{\Delta(1)}{\sin^2 1} - P \cotg 1 \Delta(1) - P \cotg 3 \Delta(3) \\ &- P \cotg 5 \Delta(5) + P \cotg 8 \Delta(8) + P \cotg(3+4) \Delta(3+4). \end{aligned}$$

Mais les relations (1) donnent

$$\Delta(5) = -\Delta(2) - \Delta(3) - \Delta(4)$$

$$\Delta(8) = -\Delta(2) - \Delta(1) - \Delta(3)$$

et l'on a, en outre,

$$\Delta(3+4) = \Delta(3) + \Delta(4).$$

Tenant compte de ces conditions, on trouve finalement

$$\begin{aligned} \Delta(6) &= \left[P \left\{ \cotg 1 + \cotg 8 \right\} - \frac{1}{\sin^2 1} \right] \frac{\Delta(1)}{1 + [P - \cotg 1]^2} \\ &+ P \left[\cotg 5 - \cotg 8 \right] \frac{\Delta(2)}{1 + [P - \cotg 1]^2} + P \left[\cotg 5 - \cotg 3 \right. \\ &\quad \left. - \cotg 8 + \cotg(3+4) \right] \frac{\Delta(3)}{1 + [P - \cotg 1]^2} + P \left[\cotg 5 \right. \\ &\quad \left. + \cotg(3+4) \right] \frac{\Delta(4)}{1 + [P - \cotg 1]^2}. \end{aligned}$$

Si nous supposons que $\Delta(1)$, $\Delta(2)$, $\Delta(3)$ et $\Delta(4)$ représentent les erreurs commises sur les angles mesurés 1, 2, 3 et 4, l'erreur résultante $\Delta(6)$ sur l'angle 6, sera, en vertu de la théorie des moindres carrés :

$$\begin{aligned} \Delta(6) &= \frac{1}{1 + [P - \cotg 1]^2} \sqrt{\left[P \left\{ \cotg 1 + \cotg 8 \right\} - \frac{1}{\sin^2 1} \right]^2 \Delta^2(1) \\ &+ P^2 \left[\cotg 5 - \cotg 8 \right]^2 \Delta^2(2) + P^2 \left[\cotg 5 - \cotg 3 - \cotg 8 \right. \\ &\quad \left. + \cotg(3+4) \right]^2 \Delta^2(3) + P^2 \left[\cotg 5 + \cotg(3+4) \right]^2 \Delta^2(4)} \end{aligned}$$

et dans le cas où $\Delta(1) = \Delta(2) = \Delta(3) = \Delta(4) = \Delta$, c'est-à-dire si l'on admet que les mesures angulaires comportent la même précision

$$(10) \quad \Delta(6) = \frac{\Delta}{1 + [P - \cotg 1]^2} \sqrt{[P \{ \cotg 1 + \cotg 8 \} - \frac{1}{\sin^2 1}]^2 + P^2 [\cotg 5 - \cotg 8]^2 + P^2 [\cotg 5 - \cotg 3 - \cotg 8 + \cotg (3 + 4)]^2 + P^2 [\cotg 5 + \cotg (3 + 4)]^2}$$

On trouverait une formule analogue pour $\Delta(7)$.

La formule (10) permet de calculer l'erreur $\Delta(6)$ en fonction des angles mesurés et de l'erreur Δ affectant les mesures angulaires et de déterminer ainsi la précision de la méthode puisque la transmission de l'azimut de la base AB en $F_1 F_2$, ou réciproquement, dépend essentiellement de la valeur de l'angle θ fournie par l'équation (2). Mais on peut encore à l'aide de la formule (10) se proposer d'établir les conditions d'observation les plus favorables, c'est-à-dire de déterminer la disposition particulière de la fig. 1 qui rendrait l'erreur $\Delta(6)$ la plus petite possible.

Pour simplifier cette recherche, puisque nous pouvons choisir arbitrairement les positions des stations A et B, nous supposons un trapèze de forme symétrique tel que l'on ait, entre les angles mesurés, les égalités :

$$1 = 4 \quad 2 = 3 \quad 5 = 8 \quad 6 = 7.$$

La formule (10) devient dans ce cas :

$$(11) \quad \Delta(6) = \frac{\Delta}{1 + [P - \cotg 1]^2} \sqrt{[P \{ \cotg 1 + \cotg 5 \} - \frac{1}{\sin^2 1}]^2 + P^2 [\cotg (1 + 2) - \cotg 5]^2 + P^2 [\cotg (1 + 2) + \cotg 5]^2}$$

Cette formule a servi au calcul des éléments du tableau suivant. Les quatre premières colonnes renseignent les valeurs des angles du quadrilatère dont la forme est indiquée colonne 6. La colonne 5 donne la valeur correspondante de $\Delta(6)$ en fonction de Δ . L'inspection des nombres qui y sont inscrits, montre que le cas le plus favorable correspond à $\Delta(6) = \Delta$, c'est-à-dire qu'un choix convenable de la figure peut réduire l'erreur de transmission de l'azimut à une erreur du même ordre que celle des mesures angulaires.

TABLEAU N° I.

$\frac{1+2}{3+4}$	$1=4$	$2=3$	$5=8$	$\Delta(6)$ ou $\Delta(7)$	Remarque
90°	85°	5°	85°	1.000 Δ	Rectangle
	75	15	75	1.005 Δ	»
	60	30	60	1.106 Δ	»
	45	45	45	1.732 Δ	Carré
	30	60	30	4.359 Δ	Rectangle
75°	70°	5°	100°	1.000 Δ	Trapèze
	60	15	90	1.006 Δ	»
	45	30	75	1.125 Δ	»
	30	45	60	1.900 Δ	»
	15	60	45	5.881 Δ	»
60°	55°	5°	115°	1.000 Δ	Trapèze
	45	15	105	1.010 Δ	»
	30	30	90	1.125 Δ	»
	15	45	75	3.000 Δ	»
45°	40°	5°	130°	1.000 Δ	Trapèze
	30	15	120	1.024 Δ	»
	15	30	105	1.732 Δ	»
30°	25°	5°	145°	1.101 Δ	Trapèze
	15	15	135	1.125 Δ	»
10°	5°	5°	165°	1.112 Δ	Trapèze
2°	1°	1°	177°	1.106 Δ	Trapèze

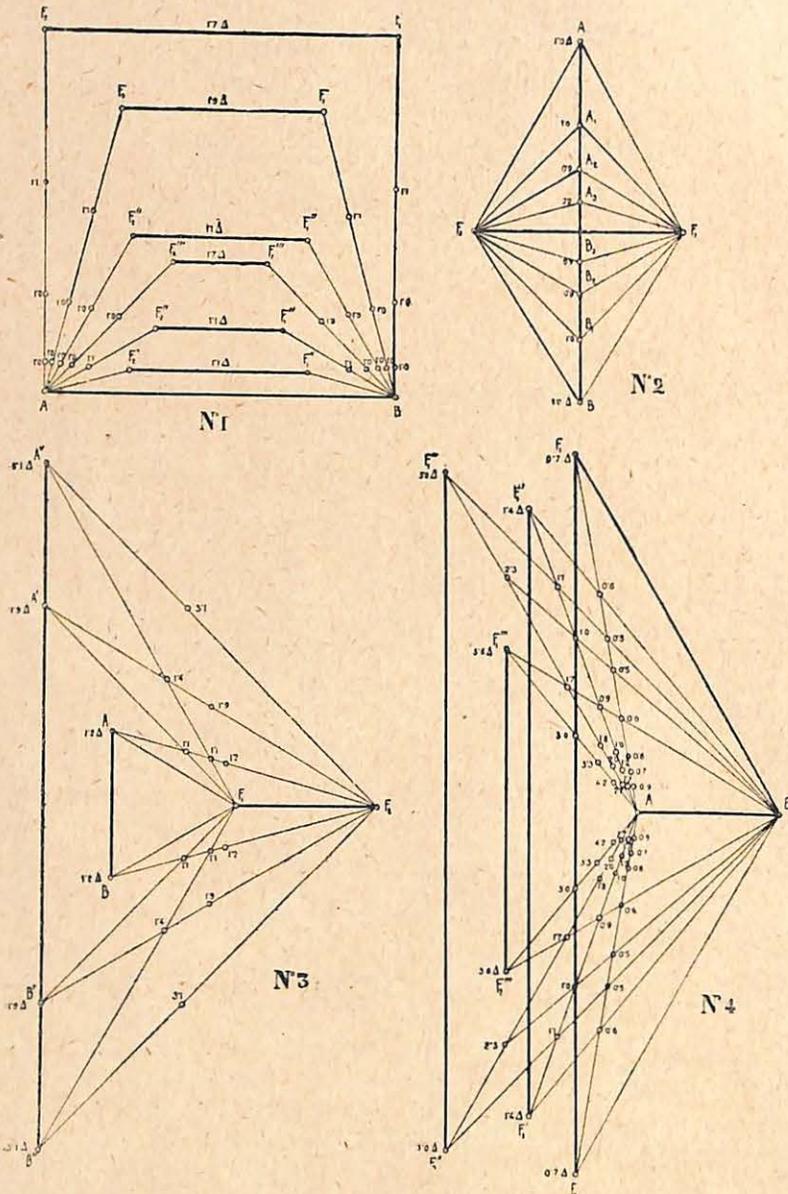


PLANCHE. — Diagrammes des cas les plus favorables.

Les données contenues dans le tableau I ont permis d'établir le diagramme n° 1 de la planche annexée à ce travail. Aux extrémités d'une droite AB représentant la base du rattachement, on a construit successivement les angles renseignés dans la première, la deuxième et troisième colonnes de manière à obtenir le carré ABF₁F₂, la série des rectangles et trapèzes ayant deux sommets communs A et B, les deux autres étant situés sur les côtés AF₂ et BF₁, AF'₂ et BF'₁, AF''₂ et BF''₁, etc.

Aux sommets figurant les fils à plomb, on a indiqué les valeurs de Δ (6) ou Δ (7) correspondant aux figures ainsi définies.

Ce diagramme montre d'une manière très nette que la précision dépend de la forme du quadrilatère, rectangles ou trapèzes divers, et qu'elle croît à mesure que les fils sont plus près de la base AB. L'erreur minima correspond à l'erreur affectant les angles mesurés.

2^e cas. — Partons de la première formule du groupe 5; il viendra, en posant

$$Q = \frac{\sin 1 \sin (2 + 3)}{\sin 2 \sin (1 + 4) \sin (3 + 4)}$$

$$5 = \text{arc cotg} \left[Q - \text{cotg} (3 + 4) \right]$$

et

$$\Delta (5) = - \frac{\Delta \left[Q - \text{cotg} (3 + 4) \right]}{1 + \left[Q - \text{cotg} (3 + 4) \right]^2}$$

dans laquelle

$$\begin{aligned} \Delta \left[Q - \text{cotg} (3 + 4) \right] &= \frac{\Delta (3 + 4)}{\sin^2 (3 + 4)} - Q \text{cotg} 2 \Delta (2) \\ &- Q \text{cotg} (1 + 4) \Delta (1 + 4) - Q \text{cotg} (3 + 4) \Delta (3 + 4) \\ &+ Q \text{cotg} 1 \Delta (1) + Q \text{cotg} (2 + 3) \Delta (2 + 3). \end{aligned}$$

Mais à cause des relations

$$\begin{aligned} \Delta (3 + 4) &= \Delta (3) + \Delta (4) \\ \Delta (1 + 4) &= \Delta (1) + \Delta (4) \\ \Delta (2 + 3) &= \Delta (2) + \Delta (3) \end{aligned}$$

on aura

$$\begin{aligned} \Delta \left[Q - \cotg (3+4) \right] &= Q \left[\cotg 1 - \cotg (1+4) \right] \Delta (1) \\ + Q \left[\cotg (2+3) - \cotg 2 \right] \Delta (2) &+ \left\{ Q \left[\cotg (2+3) - \cotg (3+4) \right] \right. \\ + \frac{1}{\sin^2 (3+4)} \left. \right\} \Delta (3) &+ \left\{ \frac{1}{\sin^2 (3+4)} - Q \left[\cotg (1+4) \right. \right. \\ + \cotg (3+4) \left. \left. \right\} \Delta (4). \end{aligned}$$

Posons

$$\Delta (1) = \Delta (2) = \Delta (3) = \Delta (4) = \Delta$$

et appliquant la théorie des moindres carrés, il vient

$$(12) \quad \Delta (5) = \frac{\Delta}{1 + [Q - \cotg (3+4)]^2} \sqrt{Q^2 \left[\cotg 1 - \cotg (1+4) \right]^2 + Q^2 \left[\cotg (2+3) - \cotg 2 \right]^2 + \left\{ Q \left[\cotg (2+3) - \cotg (3+4) \right] + \frac{1}{\sin^2 (3+4)} \right\}^2 + \left\{ \frac{1}{\sin^2 (3+4)} - Q \left[\cotg (1+4) + \cotg (3+4) \right] \right\}^2}$$

formule qui donne l'erreur $\Delta (5)$ en fonction de l'erreur angulaire Δ sur les angles mesurés. Cherchons les conditions les plus favorables, en supposant

$$1 = 2 = 3 = 4.$$

Le quadrilatère affecte alors la forme d'un losange.

Le tableau suivant a été calculé dans cette hypothèse.

TABLEAU N° II.

1 = 2 = 3 = 4	$\Delta (5)$ ou $\Delta (6)$
75°	0,867 Δ
60	0,882 Δ
45	1.000 Δ
30	1.018 Δ
15	7.018 Δ

A l'aide de ces valeurs nous avons construit le diagramme n° 2 (planche) où la distance des fils $F_1 F_2$ est supposée constante.

On voit qu'ici l'erreur $\Delta (5)$ ou $\Delta (6)$ tend vers zéro à mesure que les deux stations A et B du théodolite se rapprochent de l'alignement des fils. Ce cas est donc très favorable; malheureusement, en pratique, la distance AB doit être supérieure à la largeur du puits.

3° cas. — La première formule du groupe (7) s'écrit, en posant

$$R = \frac{\sin 1 \sin 3}{\sin 2 \sin 4 \sin (1+2+3+4)},$$

$$\cotg 5 = R - \cotg (1+2+3+4).$$

Si l'on tient compte de la relation

$$\Delta (1+2+3+4) = \Delta (1) + \Delta (2) + \Delta (3) + \Delta (4)$$

et si l'on suppose, en outre, comme précédemment

$$\Delta (1) = \Delta (2) = \Delta (3) = \Delta (4) = \Delta,$$

on aura

$$(13) \quad \Delta(5) = \frac{\Delta}{1 + [R - \cotg(1+2+3+4)]^2} \sqrt{\left\{ R \left[\cotg 1 \right. \right.} \\ \left. \left. - \cotg(1+2+3+4) \right] + \frac{1}{\sin^2(1+2+3+4)} \right\}^2 + \left\{ R \left[\cotg 2 \right. \right.} \\ \left. \left. + \cotg(1+2+3+4) \right] - \frac{1}{\sin^2(1+2+3+4)} \right\}^2 + \left\{ R \left[\cotg 3 \right. \right.} \\ \left. \left. - \cotg(1+2+3+4) \right] + \frac{1}{\sin^2(1+2+3+4)} \right\}^2 + \left\{ R \left[\cotg 4 \right. \right.} \\ \left. \left. + \cotg(1+2+3+4) \right] - \frac{1}{\sin^2(1+2+3+4)} \right\}^2 .$$

A l'aide de cette formule, nous avons calculé le tableau suivant dans l'hypothèse

$$1 = 4 \quad 2 = 3$$

TABLEAU N° III.

$1+3=3+4$	$1=4$	$2=3$	$\Delta(5)$
80°	40°	40°	1.022 (Δ)
75°	15°	60°	1.230 (Δ)
	30	45	1.069 (Δ)
	45	30	1.069 (Δ)
60°	60	15	1.230 (Δ)
	15°	45°	1.868 (Δ)
	30	30	1.414 (Δ)
45°	45	15	1.868 (Δ)
	15°	30°	3.076 (Δ)
	30	15	3.076 (Δ)

Le diagramme n° 3 (planche) a été obtenu à l'aide des données du tableau n° 3. On a supposé F_1F_2 constant ; puis en prenant successivement $1+2=3+4=75^\circ, 60^\circ$ et 45° , on a construit les quadrilatères complexes $ABF_1F_2, A'B'F_1F_2, A''B''F_1F_2$ et ceux dont les sommets A et B sont marqués sur les directions $AF_2, BF_2 - A'F_2, B'F_2 - A''F_2, B''F_2$.

Comme on le voit aisément par ce diagramme, la précision croît à mesure que A et B se rapprochent de l'alignement F_1F_2 ; en outre, si la base AB se rapproche des fils, la précision commence par croître, atteint un maximum, puis finit par décroître. Cela provient de ce que la formule (13) est symétrique par rapport aux angles de la base 1, 2 et 3, 4.

4^e cas. — Posons

$$S = \frac{\sin 5 \sin 9}{\sin 1 \sin 4 \sin 6}$$

la première formule du groupe (9) s'écrira

$$\cotg 7 = S - \cotg 1.$$

Comme précédemment si nous différencions cette équation en supposant

$$\Delta(6) = -\Delta(3) - \Delta(5)$$

$$\Delta(9) = -\Delta(2) - \Delta(4)$$

$$\Delta(3) = -\Delta(1) - \Delta(2)$$

et en faisant

$$\Delta(1) = \Delta(4) = \Delta(5) = \Delta(6) = \Delta(9) = \Delta,$$

on aura, en vertu de la théorie des moindres carrés :

$$\Delta(7) = \frac{\Delta}{1 + [S - \cotg 1]^2} \sqrt{\left\{ \frac{1}{\sin^2 1} - S \left[\cotg 1 + \cotg 6 \right] \right\}^2} \\ + S^2 \left\{ \cotg 6 + \cotg 9 \right\}^2 + S^2 \left\{ \cotg 4 + \cotg 9 \right\}^2 + S^2 \left\{ \cotg 6 + \cotg 5 \right\}^2 .$$

Cette formule a servi à calculer les données du tableau ci-après, dans l'hypothèse, $2 = 3$ et $4 = 5$.

TABLEAU N° IV.

4 = 5	Δ (7) ou Δ (8)			
	1 = 160° 2 = 3 = 100°	1 = 140° 2 = 3 = 110°	1 = 120° 2 = 3 = 120°	1 = 100° 2 = 3 = 130°
70°	1.251 Δ			
60	0.688 Δ			
50	0.563 Δ	1.360 Δ		
45	0.543 Δ	1.130 Δ	2.951 Δ	12.878 Δ
40	0.537 Δ	0.999 Δ	2.278 Δ	6.537 Δ
30	0.553 Δ	0.913 Δ	1.732 Δ	3.578 Δ
20	0.620 Δ	1.032 Δ	1.756 Δ	3.038 Δ
15	0.701 Δ	1.227 Δ	2.027 Δ	3.289 Δ
10	0.888 Δ	1.669 Δ	2.715 Δ	4.190 Δ

A l'aide du tableau n° 4, nous avons établi le diagramme n° 4 (planche). Partant d'une base AB de longueur constante, on a construit, en A, les angles 1, 2 et 3 et, en B, les angles 4 = 5 dont les valeurs sont renseignées dans la première colonne. Ainsi ont été obtenus les quadrilatères complexes ABF_1F_2 , $ABF'_1F'_2$, $ABF''_1F''_2$, $ABF'''_1F'''_2$ et ceux dont les sommets F_1 et F_2 sont marqués sur directions AF_1 , AF_2 — AF'_1 , AF'_2 — etc.

Ce diagramme montre que la précision croît avec l'angle $F_1AF_2 = 1$ et que pour une valeur donnée de cet angle, la longueur F_1F_2 diminuant, la précision croît d'abord, passe par un maximum, puis décroît.

En résumé, dans le rattachement des fils à plomb par la méthode du quadrilatère, la forme de celui-ci ne doit pas être choisie arbitrairement. Certaines figures donnent lieu à des erreurs, non négligeables, tandis que d'autres fournissent une grande précision. Ces dernières, si l'on fait choix d'un quadrilatère de forme symétrique, ce qui est possible en pratique, seront aisées à trouver à l'aide de nos diagrammes dont l'utilité n'échappera pas à tous ceux que préoccupe la solution précise de ce mode de rattachement. A la vérité l'emploi de certaines formes sera subordonné à la largeur du puits, au dégagement de ses abords, à la disposition des recettes aux étages, etc.

Cependant la discussion précédente n'était pas moins nécessaire pour élucider ce problème intéressant de topographie minière.