LES ACCIDENTS DU TRAVAIL

ET

LA LOI DES GRANDS NOMBRES

PAR

J. HENROTTE
Inspecteur principal du travail.

[31 : 35183823]

Si bien établie qu'elle puisse être, la statistique ne peut donner de renseignements précis que sur la marche des phénomènes passés. Veut-on en déduire des prévisions pour l'avenir ? Le doute s'élève aussitôt.

Ce dernier problème se pose cependant chaque jour, notamment aux assureurs ; ils supposent que les phénomènes, dont ils couvrent les conséquences malheureuses, sont soumis à une cause unique, à laquelle ils donnent le nom de risque, et cherchent à estimer l'importance de cette cause par l'étude de la statistique.

Ainsi, par exemple, les assureurs sur la vie admettent à priori que tous les hommes d'un même âge sont soumis à une force de mortalité égale pour chacun d'eux, et ils trouvent dans les tables de mortalité des chiffres qui mesurent ce risque.

Cette fiction repose sur des faits; si l'on observe, en effet, à plusieurs reprises, un nombre très grand de personnes de même âge, on constate qu'il en meurt, d'année en année, une proportion toujours sensiblement la même.

Les observations effectuées en très grand nombre ont établi, dans tous les domaines de l'assurance, la notion du risque. Cette notion s'applique également à l'assurance contre les accidents, et elle s'est particulièrement confirmée depuis que les statistiques allemandes et autrichiennes ont montré que la fréquence de certains accidents (accidents mortels) est restée sensiblement la même pendant plusieurs années, pour autant qu'on examine les résultats relatifs à l'ensemble des assurés.

On a été jusqu'à en déduire que la volonté humaine ne peut exercer aucune action sur la diminution des accidents; conclusion aussi fausse que désespérante, car si l'on étudie à part certains groupes d'industries, on constate que la fréquence des accidents mortels a varié, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, depuis l'institution des assurances obligatoires.

La seule conséquence que l'on eût pu déduire de la concordance des statistiques pendant plusieurs années, c'était que les accidents, comme les phénomènes de toute autre nature, obéissent dans leurs manifestations à la loi des grands nombres.

Peu de personnes étudient la statistique sans avoir conscience de cette loi, à laquelle elles rendent instinctivement hommage en n'attribuant d'importance qu'aux résultats acquis par un grand nombre d'observations.

Mais qu'est-ce qu'un grand nombre ? Dans chaque cas particulier, quel doit être le nombre des observations pour que l'on puisse avoir confiance dans les résultats ? Ou bien, étant donné le nombre des observations, plus ou moins grand, quel degré de confiance peut-on accorder à la statistique ?

A toutes ces questions, on se garde généralement de répondre.

Elles se poseront bientôt cependant, avec une fréquence extraordinaire, dans la pratique des assurances contre les accidents du travail, parce que, dans ces opérations, plus que dans tout autre domaine de l'assurance, il arrivera que les nombres d'assurés soumis à des risques semblables seront très minimes, étant donné que dans notre pays peu d'industries occupent un très grand nombre d'ouvriers.

D'autres questions seront soulevées encore plus souvent, et notamment la suivante : Si la statistique de la fréquence des accidents, pendant plusieurs années consécutives, fournit des chiffres très différents, dans quel cas sera-t-on autorisé à prendre une moyenne entre ces résultats, et quand faudra-t-il tenir compte des variations observées pour y voir l'indice de variations semblables dans l'avenir ?

En présence de l'intérêt pratique que ces questions présenteront bientôt en Belgique, nous avons tenté une méthode destinée à établir le rôle précis de la loi des grands nombres dans l'assurance contre les accidents.

Cette méthode repose sur une fiction analogue à celle que l'on admet dans l'ajustement des tables de mortalité et dans le calcul des erreurs d'observation.

On admet que le nombre des accidents survenus chaque année peut être assimilé à celui des boules noires tirées d'une urne contenant des boules noires et des boules blanches dans la proportion supposée connue des assurés victimes d'accidents et des assurés indemnes.

Dans ces conditions, les à-coups qui proviennent du nombre plus ou moins grand des assurés sont assimilés aux variations que l'on observerait entre les nombres proportionnels de boules noires et blanches tirées de cette urne, selon qu'on multiplierait de plus en plus les tirages.

Nous n'entendons pas ainsi assurer qu'il y ait identité absolue entre les deux phénomènes, mais nous pensons qu'une approximation basée sur une méthode scientifique servira de meilleur guide que l'ignorance complète.

Est-il besoin de dire que nous réprouvons énergiquement toute idée d'assimiler les accidents du travail à des phénomènes uniquement régis par le hasard.

Le bon aménagement des ateliers, la prudence des ouvriers, la surveillance exercée par le patron, les bonnes mesures de prévention tendent efficacement à diminuer le nombre des accidents du travail ; mais ces forces libres ne font que modifier la composition de l'urne ; elles ne peuvent influencer la façon dont se manifeste la loi des grands nombres et cette manifestation obéit aux lois du hasard.

*
* *

L'assureur classe les différentes industries en catégories où le risque est présumé avoir la même valeur, et recherche quelle est, dans chacune de ces catégories, la probabilité, pour un ouvrier assuré, d'être atteint d'un accident de nature déterminée.

Si, par exemple, dans une classe d'établissements industriels occupant ensemble N ouvriers, il s'est produit en une année un nombre α d'accidents mortels, on admet généralement que la probabilité qu'un ouvrier occupé dans un établissement appartenant à cette classe d'industrie soit tué dans le cours d'une année, est égale à $\frac{\alpha}{N}$.

Mais ce raisonnement très simple repose sur trois hypothèses.

La première est que les conditions industrielles de l'établissement dont il s'agit, soient bien celles des établissements sur lesquels a porté la statistique, et la deuxième consiste à supposer que le risque restera dans l'avenir ce qu'il était précédemment.

De plus, et c'est la troisième hypothèse, il faut admettre que le nombre des ouvriers N, soit suffisamment grand, pour que l'on puisse avoir toute confiance dans les résultats de la statistique.

L'assureur saura corriger les erreurs provenant de l'inexactitude éventuelle des deux premières hypothèses, s'il est à même de comparer les conditions d'exploitation des divers établissements industriels.

Pour éviter les erreurs inévitables dues à la troisième hypothèse, il devra rechercher quel degré de confiance il doit apporter aux documents statistiques qu'il possède, en tenant compte du nombre de têtes sur lequel portent ces documents.

Puisque les lois suivant lesquelles se produisent les accidents du travail sont inconnues *à priori* on est bien forcé d'admettre, sous les réserves indiquées plus haut, que ces événements malheureux se manifestent comme s'ils étaient soumis aux lois du hasard.

C'est une fiction que l'on retrouve dans toutes les sciences physiques et qui a été appliquée aux sciences sociales par Quételet, dans un ouvrage justement célèbre [1].

Supposons qu'un établissement industriel occupe 4000 ouvriers, et, sans nous occuper de savoir comment le chiffre a été obtenu, admettons que la probabilité qu'un ouvrier soit tué dans le courant d'une année soit exactement $\frac{1}{1000}$ [2].

On doit s'attendre à ce que, dans pareil établissement, il

---

(1) *La Physique sociale.*

(2) La probabilité d'un événement est estimée par l'énumération des cas favorables rapprochée de celle des cas possibles. On parie en jetant un dé qu'il montrera le point 4. Le dé a six faces : six cas sont possibles, un seul est favorable. La probabilité est 6. *C'est une définition.* (BERTRAND, *Calcul des probabilités.*)

se produise chaque année un nombre d'accidents égal à $4000 \times \frac{1}{1000} = 4$.

Cependant, les accidents n'étant pas soumis à une cause invariable agissant d'une façon constante, personne ne s'étonnerait que le nombre des accidents ne fût pas précisément 4, mais tout autre chiffre voisin de ce dernier.

Pour estimer le nombre des accidents, il ne faut donc pas s'en tenir à la simple opération arithmétique qui consiste à multiplier le nombre des ouvriers, par la probabilité que chaque ouvrier possède d'être atteint d'un accident; on obtient ainsi uniquement le nombre des accidents attendus. Le nombre des accidents réels en diffère nécessairement, et peut être estimé par une méthode bien connue, exposée notamment par Liagre, à propos de l'assurance des choses [1].

Si la probabilité qu'un ouvrier soit tué dans le courant de l'année est de $\frac{1}{1000}$, celle d'être indemne d'un accident sera $\frac{999}{1000}$; en effet, l'un des deux événements se produira certainement dans le courant de l'année, et par suite, leur probabilité totale doit être la certitude, cette dernière étant par définition égale à l'unité.

$$\frac{1}{1000} + \frac{999}{1000} = 1$$

Ceci posé, recherchons quelle est la probabilité que le nombre des accidents réels soit précisément égal à 4, c'est-à-dire la probabilité que sur 4000 ouvriers, 4 soient atteints d'accidents et 3996 soient indemnes.

La probabilité d'un événement composé étant le produit

---

[1] *Calculs des probabilités et des erreurs*, par LIAGRE.

des probabilités des événements simples dont il exige la réunion, la probabilité recherchée est le produit de 4 facteurs égaux à $\frac{1}{1000}$, et de 3996 facteurs égaux à $\frac{999}{1000}$, c'est-à-dire

$$\left(\frac{1}{1000}\right)^4 \times \left(\frac{999}{1000}\right)^{3996},$$

ce produit étant lui-même multiplié par le nombre de façons dont on peut grouper 4 ouvriers choisis indifféremment dans les 4000 ouvriers, c'est-à-dire $C_{4000,4}$ [1].

Bref, la probabilité que le nombre des accidents soit exactement 4 est

$$C_{4000,4} \times \left(\frac{1}{1000}\right)^4 \left(\frac{999}{1000}\right)^{3996} \quad (1)$$

Le terme (5) est précisément le cinquième terme du développement du binôme :

$$\left(\frac{999}{1000} + \frac{1}{1000}\right)^{4000} \quad (2)$$

D'une façon générale, il est facile de voir que les probabilités pour que, exactement, 1, 2, 3, 4, etc., accidents se produisent sont indiquées par les termes successifs du binôme (5).

En appliquant cette règle, on peut dresser le tableau suivant, où l'on trouvera, avec 3 décimales, les valeurs approximatives [2] de ces probabilités.

---

(1) $C_{m,n}$ = nombre de combinaisons de m lettres n à n.

(2) Les valeurs inscrites dans la colonne 2 du tableau I, n'ont pas été calculées directement à l'aide du développement de la fonction $\left(\frac{999}{1000} + \frac{1}{1000}\right)^{4000}$, pour la facilité nous avons adopté la formule approximative :

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\mu pq}}\, e^{-\frac{h^2}{2\mu pq}}$$

laquelle donne la probabilité d'un écart h, sur μ épreuves, les probabilités de

Tableau n° 1

Nombre d'accidents supposés	Probabilité pour que ce nombre exact d'accidents se produise dans le courant d'une année.
1	2
0	0.027
1	0.065
2	0.121
3	0.177
4	0.200
5	0.177
6	0.121
7	0.065
8	0.027
9	0.009
10	0.002
11	0.000
12	0.000
13	0.000

deux événements contraires étant p et q. Cette formule est applicable seulement si h est fort petit par rapport à μ ou bien pour toutes les valeurs de h, si μ est très grand; c'est toujours le cas lorsqu'il s'agit d'assurance contre les accidents.

La symétrie du développement $\left(\frac{999}{1000}+\frac{1}{1000}\right)^{4000}$ n'est donc qu'approximative; elle disparaîtrait complètement si l'on recherchait la probabilité d'écarts considérables.

En examinant ce tableau, on voit que le chiffre le plus élevé, dans la colonne des probabilités, est 0,200, correspondant à un nombre d'accidents égal à 4.

Ce dernier nombre d'accidents correspond donc à une probabilité $0,2 = \frac{1}{5}$; et, par suite, la probabilité que le nombre réel des accidents coïncide avec le nombre des accidents attendus est 5 fois plus petite que la certitude.

Les autres valeurs (approximatives) inscrites dans la colonne **2** du tableau 1 vont en décroissant de part et d'autre, à partir de la valeur 0,200, et d'autant plus rapidement que le nombre des accidents supposés s'écarte davantage de 4.

La loi de ce décroissement est particulièrement mise en lumière, si l'on dresse un graphique dont les abscisses représentent le nombre des accidents supposés (col. **1**), et les ordonnées les probabilités inscrites dans la colonne **2**.

On obtient ainsi une courbe (Fig. 1) qui, très approximativement, est symétrique par rapport à l'ordonnée correspondante au nombre de 4 accidents.

Cette courbe décroît très rapidement en se rapprochant de l'axe des abscisses.

Si l'on classe les nombres d'accidents présumés d'après leurs *écarts* (1) avec le chiffre le plus probable (4 accidents), on trouve que, à des écarts égaux correspondent des probabilités de même valeur.

---

(1) Le terme *écart* a le sens qui lui est attribué dans le calcul des probabilités. Voici ce qu'en dit J. Bertrand :

" Le mot *écart* doit être défini. On considère la valeur de μp du nombre „ d'arrivées de l'événement dont la probabilité est p comme une valeur nor- „ male, la plus probable de toutes, et les autres sont définies par leur différence „ avec celle-là. Cette différence prend le nom d'*écart*.

„ Si, par exemple, on fait 10,000 épreuves à pile ou face et que pile se présente „ 5021 fois, l'écart sera **21**. Si l'on jette deux dés 36,000 fois et que *sonnez* se „ présente 995 fois, l'*écart* sera — 5. „ *Calcul des probabilités*, par J. Bertrand, de l'Académie française. — Paris, Gauthier-Villars, 1889.

Ainsi, par exemple, la probabilité qu'un seul accident se produise, est la même que celle de voir arriver 7 accidents ; cette probabilité (0,065), est celle d'un *écart* égal à 3.

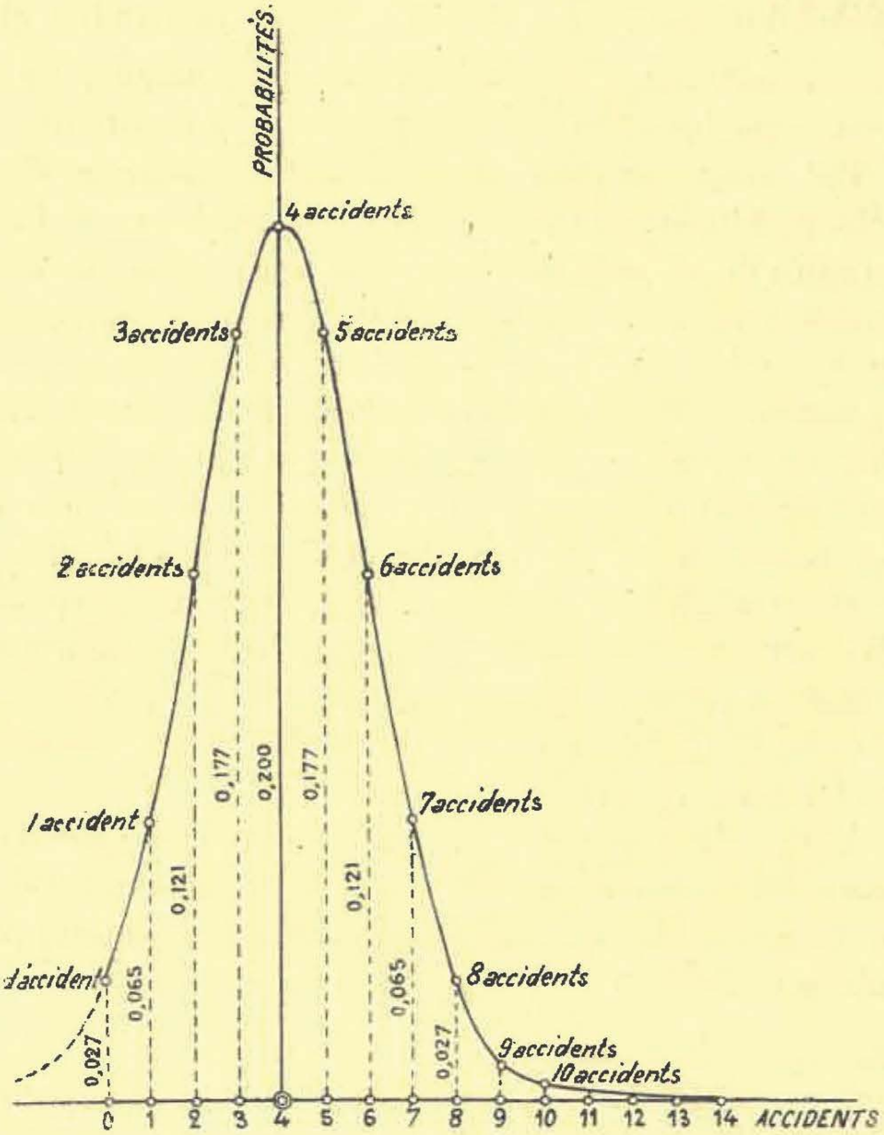

FIG. 1

Mais l'assureur n'a guère intérêt à connaître la probabilité que le nombre des accidents soit exactement tel ou tel chiffre ; ce qu'il lui importe de savoir, c'est la probabilité que le nombre des accidents ne depassera pas une valeur. déterminée, ou, ce qui revient au même, la probabilité que les écarts par rapport au nombre d'accidents le plus probable se tiendront dans des limites arrêtées d'avance.

Examinons à ce point de vue le cas particulier cité plus haut, c'est-à-dire celui d'un établissement industriel occupant 4000 ouvriers, et où la probabilité pour chaque ouvrier, d'être atteint d'un accident, pendant le cours d'une année serait exactement $\frac{1}{1000}$.

La probabilité que le nombre des accidents ne surpassera pas 4, est évidemment égale à la somme des probabilités que le nombre des accidents sera exactement 0, 1, 2, 3, et 4.

D'une manière générale, si l'on fait la somme des termes consécutifs inscrits dans la colonne 2 du tableau 1, on aura les probabilités que les nombres d'accidents ne dépasseront pas des limites déterminées. Ces probabilités sont indiquées dans le tableau 2 ci-après. (Valeurs approximatives.)

Tableau n° 2

Limite du nombre des accidents supposés.	Probabilité que cette limite ne sera pas dépassée.
1	2
0	0.027
1	0.092
2	0.213
3	0.390
4	0.590
5	0.767
6	0.888
7	0.953
8	0.980
9	0.989
10	0.991
11	0.991
12	0.991
13	0.991

Les chiffres inscrits dans ce tableau fournissent des conclusions de la plus haute importance.

Si l'assureur désire s'imposer comme limite le chiffre de 4 accidents, la probabilité que cette hypothèse se réalise est seulement 0,59. Il y aura donc 59 chances contre 41, qu'il se produise 4 accidents au plus.

Autrement dit, si, pendant 100 années, le risque restait exactement le même, l'assureur doit admettre que ses prévisions seraient mises en défaut pendant 41 années.

Dormoy, dans son traité des assurances sur la vie [1], admet que, pour les taux de mortalité, on peut adopter en toute sécurité les résultats qui ont une probabilité 0.95 de ne pas être surpassés, c'est-à-dire ceux qui ont une seule chance contre 19 d'être inexacts par défaut.

Il nous semble prudent d'admettre la même approximation dans la détermination des probabilités qui mesurent la grandeur du risque-accident.

Dans le cas particulier qui nous occupe, on constate, (col. 2 du tableau 2), que la probabilité 0.95 est obtenue si l'assureur fixe le chiffre 7 comme limite du nombre présumé des accidents.

*
* *

Exactitude de la statistique.

Les considérations qui viennent d'être exposées ont mis en lumière ce fait que le nombre d'accidents qui surviennent plusieurs années successives, dans une même catégorie d'établissements industriels, peuvent être très variables, alors que le risque est resté constant.

On se pose donc immédiatement la question de savoir comment on peut déduire une valeur suffisamment exacte pour la probabilité d'être victime d'un accident, soit en se basant sur le nombre d'accidents survenus pendant une seule année, soit en tenant compte des accidents qui se sont produits pendant une série d'années.

Examinons d'abord le premier cas, et à cet effet, supposons que le nombre d'accidents survenus dans le cours d'une année parmi N ouvriers soit α.

---

[1] *Théorie mathématique des assurances sur la vie*, par Émile Dormoy, Paris, Gauthier-Villars, 1878, t. I, p. 58.

La probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'un accident sera $\frac{\alpha}{N} = p$, ou une autre valeur différant de celle-ci d'une quantité $\pm l$.

On peut calculer la probabilité K que la probabilité p sera comprise entre $\frac{\alpha}{N} + l$ et $\frac{\alpha}{N} - l$.

D'après le théorème classique, connu sous le nom de théorème des épreuves répétées, on sait que la probabilité k d'un écart plus petit que L, lorsqu'on effectue N épreuves d'un événement dont la probabilité est p est donné par la formule :

$$K = \Theta\left(\frac{L}{\sqrt{2Npq}}\right) \quad (3)$$

$\Theta(x)$ étant une fonction de la forme :

$$\Theta(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$$

et q etant égal à $1 - p$.

Comme on a :

$$l = \frac{L}{N}$$

$$p = \frac{\alpha}{N}$$

$$q = 1 - \frac{\alpha}{N}$$

L'équation (3) peut s'écrire :

$$K = \Theta\left(l\sqrt{\frac{N^3}{2\alpha(N-\alpha)}}\right) \quad (4)$$

ou bien en désignant par γ l'expression

$$\gamma = l\sqrt{\frac{N^3}{2\alpha(N-\alpha)}} \quad (5)$$

et $K = \Theta(\gamma)$ (6)

Les valeurs de la fonction Θ (γ) sont indiquées dans la table que nous reproduisons en annexe au présent mémoire, d'après l'ouvrage de Bertrand sur le calcul des probabilités.

Pour faire comprendre le mode d'application des formules (5) et (6), nous développerons deux exemples.

1er Exemple : La statistique autrichienne des accidents indique que, en 1893, il y a eu 44 cas de mort par accident sur 246.677 ouvriers employés dans l'industrie textile.

On en déduit que la probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'un accident mortel est

$$p = \frac{44}{246.677} = 0.00018$$

Quelle est la probabilité pour que le chiffre 0.00018 soit exact à la cinquième décimale près, ou en d'autres termes quelle est la probabilité que γ soit compris entre 0,00019 et 0,00017?

En appliquant la formule (5), on trouve :

$$\gamma = 0.00001\sqrt{\frac{(246.677)^3}{2 \times 44 \times 246633}} = 0.2630$$

Et si l'on recherche dans la table des valeurs de la fonction Θ (γ), quelle est la valeur de cette fonction qui correspond à $\gamma = 0.263$, on trouve Θ (γ) $= 0.29$.

Il résulte de ce chiffre que la probabilité d'une erreur inférieure à 0,00001 est seulement 0.29; il y a donc

29 chances à parier contre 71 que la probabilité cherchée est comprise entre 0.00019 et 0.00017.

La cinquième décimale de la probabilité 0.00018 ne mérite donc aucune confiance.

2e Exemple : En Allemagne, pendant l'année 1894, la corporation des ramoneurs comptait 5945 affiliés ; 5 cas de mort ont été constatés.

La probabilité pour un ramoneur d'être tué dans le courant de l'année sera donc :

$$p = \frac{5}{5945} = 0.00084.$$

Quelle est la probabilité que ce résultat soit exact à 0.00001 près ?

En employant la formule (5) on trouve :

$$\gamma = 0.00001 \sqrt{\frac{(5945 1)^3}{2 \times 5 \times 5940}} = 0.01881,$$

et d'autre part, si l'on consulte le tableau des valeurs de $\Theta(\gamma)$, on trouve :

$$\Theta(0.01881) = 0.02$$

Il faut en déduire que la probabilité de commettre une erreur égale à 0.00001 est seulement 0.02 ; il y a donc seulement 2 à parier contre 98 que la probabilité cherchée sera comprise entre 0.00083 et 0.00085.

Dans les deux exemples que nous venons de développer, nous avons recherché la probabilité de commettre une erreur d'une grandeur déterminée.

Cette méthode est incommode à employer dans la pratique parce qu'elle exige des tâtonnements. Il est bien plus simple, pour l'assureur, de rechercher quelle est la valeur de l'erreur correspondante à une probabilité déterminée, admise une fois pour toutes.

Admettons, par exemple, qu'une confiance suffisante peut être attachée aux résultats qui ont 95 chances contre 5 de ne pas être surpassés.

En d'autres termes, posons *a priori* $\Theta(\gamma) = 0.95$, et recherchons quelle est la valeur de l'erreur correspondante à cette valeur de $\Theta(\gamma)$.

Du tableau des valeurs de cette fonction, on déduit $\gamma = 1.38$.

Dès lors l'expression (5) peut s'écrire :

$$1.38 = l \sqrt{\frac{N^3}{2\alpha(N-\alpha)}}$$

d'où

$$l = 1.38 \sqrt{\frac{2\alpha(N-\alpha)}{N^3}} \quad (7)$$

ou bien, en remarquant que :

$$\frac{\alpha}{N} = p \text{ et } \frac{N-\alpha}{N} = 1 - p$$

on obtient :

$$= 1.38 \sqrt{\frac{2p(1-p)}{N}} \quad (8)$$

Telle est l'expression qu'il convient d'adopter pour corriger la valeur des probabilités que l'on déduit de la statistique des accidents relative à une seule année.

Nous allons donner un exemple de l'application de cette formule.

Si l'on relève dans la statistique allemande des accidents, le nombre de cas de mort survenus dans l'ensemble des corporations où l'on travaille les métaux (4 à 13), on forme le tableau suivant.

Tableau n° 3

Années d'assurance	Nombre des assurés N	Nombre des tués α	Probabilité d'être tué dans le courant de l'année $\frac{\alpha}{N}$
1887	571.011	245	0.00043
1888	621.209	239	0.00038
1889	690.885	300	0.00043
1890	751.925	367	0.00049
1891	758.921	319	0.00042
1892	762.941	295	0.00039
1893	775.491	340	0.00044
1894	807.848	323	0.00040
Ensemble	5.740.231	2428	0.00042

Appliquons la formule (8) aux résultats de l'année 1887 ; on trouvera :

$$l = 1.38 \sqrt{\frac{571.011}{2 \times 0.00043 \times 0.9957}} = 0.00005$$

La probabilité d'être tué n'est donc pas le chiffre brut 0,00043 déduit de la statistique, mais il y a 95 à parier contre 5 que cette probabilité est comprise entre

0,00043 + 0,00005, soit 0,00048
et 0,00043 — 0,00005, soit 0,00038

On peut appliquer le même calcul aux résultats de chacune des années, et, finalement, à la somme des résultats des huit années consécutives, et on obtiendra le tableau suivant que l'on doit considérer comme un ajustement de la statistique brute

Tableau n° 4.

Années d'assurance	Probabilité d'être tué (chiffres bruts)	Probabilité d'être tué (chiffres ajustés)	
		Maximum	Minimum
1887	0.00043	0.00048	0.00038
1888	0.00038	0.00053	0.00043
1889	0.00043	0.00048	0.00038
1890	0.00049	0.00054	0.00044
1891	0.00042	0.00047	0.00037
1892	0.00039	0.00043	0.00035
1893	0.00044	0.00049	0.00039
1894	0.00040	0.00044	0.00036
Moyenne	0.00042	0.00044	0.00040

*
* *

Exactitude de la statistique. Détermination graphique de la valeur la plus convenable à adopter pour la probabilité des accidents, lorsqu'on connaît la statistique des accidents relative à plusieurs années consécutives.

Examinons maintenant le cas où l'on connaît la statistique relative à plusieurs années.

Quel est, parmi les chiffres correspondant à chacune des années, celui qu'il convient d'adopter ?

Pour résoudre cette question, nous préconisons une méthode graphique que nous exposerons à l'aide de quelques exemples.

1er Exemple : La statistique des accidents survenus en Allemagne, pendant les années 1888 à 1894, dans l'ensemble des industries, autres que les mines et la navigation maritime, fournit les renseignements indiqués dans le tableau 5 ci-après. Quel est le chiffre à adopter pour exprimer la probabilité pour un ouvrier de délaisser une veuve?

Tableau n° 5.

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de veuves délaissées par les tués	Probabilité pour un assuré de délaisser une veuve (chiffres bruts)	Probabilité pour un assuré de délaisser une veuve (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1888	3.925.286	1336	0.00034	0.00036	0.00032
1889	4 326.758	1521	0.00035	0.08037	0.00033
1890	4.485.746	1585	0.00035	0.00037	0.00033
1891	4.628.975	1597	0.00034	0.00036	0.00032
1892	4.610.669	1503	0.00033	0.00035	0.00031
1893	4.705.694	1654	0.00035	0.00037	0.00033
1894	4.774.265	1568	0.00033	0.00035	0.00031
Moyenne	31.457.393	10.764	0.00034	0.00035	0.00033

Traçons en des points équidistants représentant les années d'assurance, des ordonnées sur lesquelles sont portées les probabilités maximum et minimum qui font l'objet de la recherche.

On obtient ainsi (voir fig. 2) une succession de points à l'aide desquels on peut tracer deux lignes brisées. La ligne brisée supérieure représente la variation des probabilités les plus élevées, et la ligne brisée inférieure représente celle des probabilités les plus faibles.

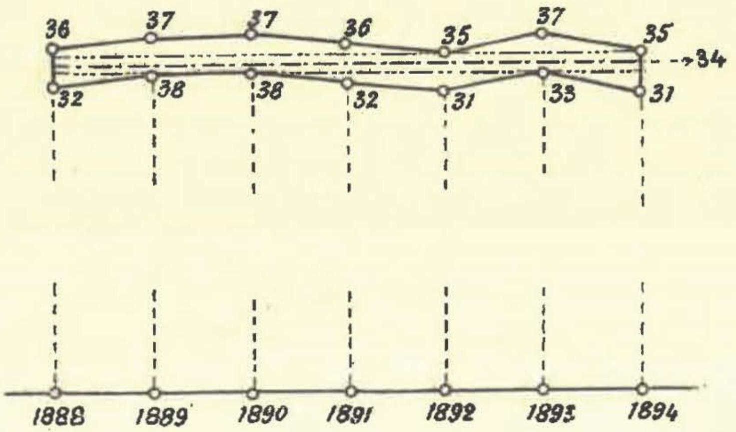

Fig. 2

Toute ligne tracée dans l'espace compris entre ces deux lignes brisées représentera la variation possible de la probabilité étudiée.

Parmi ces lignes, il est possible d'en tracer qui soient horizontales : telles sont par exemple, l'horizontale qui correspond à une probabilité de 0,00035 et celle qui correspond à une probabilité de 0,00033.

Si l'on s'était borné à rechercher la probabilité moyenne en divisant la somme du nombre des veuves (col. 3, tabl. 5), par la somme du nombre des années, on aurait obtenu le quotient :

$$\frac{10.764}{31.457.393} = 0{,}00034$$

D'après un premier examen, le diagramme que nous avons tracé paraîtra superflu, puisqu'il conduit aussi à admettre le chiffre 0,00034 comme étant le chiffre moyen indiquant avec la plus haute probabilité le nombre des veuves à prévoir chaque année.

Mais si l'on examine les choses de plus près. on s'aperçoit que le diagramme (fig. 2), nous apprend quelque chose de plus, c'est que nous étions autorisé à établir le coefficient moyen, parce qu'il y a 95 chances contre 5 que le risque est resté constant pendant les années 1888 à 1894.

Or, lorsqu'on veut faire une étude consciencieuse de la statistique des accidents, on se trouve souvent en présence de chiffres qui subissent des variations tantôt dans un sens, tantôt dans un autre.

Est-on autorisé à prendre une moyenne entre ces chiffres pour en déduire des prévisions en vue de l'avenir, c'est là une question que l'examen des écarts probables permet seul de trancher.

L'étude des écarts probables est d'ailleurs le seul moyen scientifique de déterminer l'importance à attribuer aux fonds de réserve dans les opérations d'assurance contre les accidents.

A moins de déterminer ces fonds de réserve d'une façon empirique, nous n'entrevoyons qu'un procédé possible, c'est d'adopter, comme valeur des probabilités, des chiffres tels qu'il y ait un nombre déterminé de chances pour qu'ils ne soient pas dépassés.

La sécurité sera certes suffisante si l'on adopte en principe les valeurs qui ne donnent pas lieu à une erreur dont la probabilité dépasserait 0.95.

Dans le cas particulier que nous examinons pour le moment, le chiffre de 35 veuves est le nombre le plus élevé qui s'approprie aux statistiques de chacune des années 1888 à 1894.

Si donc on adopte ce chiffre de 35 veuves, on aura 95 chances contre 5, de ne pas le voir dépasser.

Par conséquent, en adoptant dans le calcul des primes le chiffre 35, de préférence au chiffre 34, l'assureur se créera un fonds de réserve présentant exactement le degré de sécurité qu'il se sera imposé.

2e Exemple : Cet exemple est particulièrement choisi pour montrer qu'il serait imprudent de prendre une moyenne pure et simple entre les chiffres statistiques relatifs à plusieurs années.

La statistique allemande des accidents survenus dans l'ensemble des industries autres que les mines et la navigation maritime, fournit les renseignements ci-après en ce qui concerne les incapacités permanentes partielles (de plus de six mois). Quel chiffre convient-il d'adopter pour valeur de la probabilité d'être atteint d'une incapacité de ce genre?

Année d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de cas d'incapacité permanente partielle	Probabilité d'être atteint d'une incapacité permanente partielle (chiffres bruts)	Probabilité d'être atteint d'incapacité permanente partielle (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1888	3.925.286	9230	0.00235	0.00240	0.00230
1889	4.326.758	11363	0.00263	0.00268	0.00258
1890	4.485.746	14342	0.00320	0.00325	0.00315
1891	4.628.975	15308	0.00331	0.00336	0.00326
1892	4.610.669	15719	0.00341	0.00346	0.00336
1893	4.705.694	17257	0.00367	0.00372	0.00362
1984	4.774.265	17280	0.00362	0.00367	0 00357
Moyenne	31.457.393	100.499	0.80319	0.00321	0.00317

Si l'on trace les deux polygones limites entre lesquels doivent être comprises toutes les courbes qui peuvent représenter la variation et la probabilité d'accident pendant la période considérée, on voit que les seules courbes possibles sont des courbes ascendantes (voir Fig. 3).

Il est donc incontestable que la probabilité d'être atteint d'incapacité permanente partielle n'a cessé de croître sous l'influence d'une ou plusieurs causes bien déterminées. Ce serait une erreur de croire que l'examen des chiffres bruts fournis par la statistique autoriserait immédiatement semblable conclusion, car rien ne prouve, *a priori*, que les

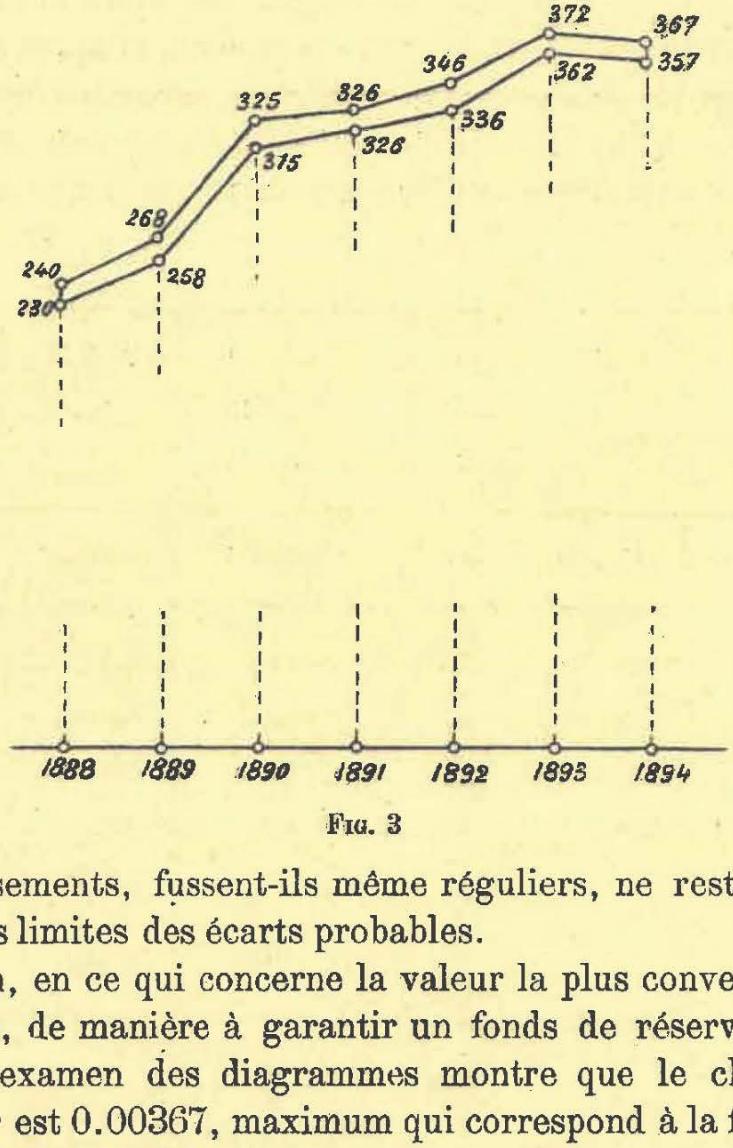

FIG. 3

accroissements, fussent-ils même réguliers, ne restent pas dans les limites des écarts probables.

Enfin, en ce qui concerne la valeur la plus convenable à adopter, de manière à garantir un fonds de réserve suffisant, l'examen des diagrammes montre que le chiffre à adopter est 0.00367, maximum qui correspond à la fois aux années 1893 et 1894.

3e *Exemple :* La statistique allemande des accidents de travail, pour les années 1888 à 1894, fournit les documents ci-après au sujet de la probabilité pour un assuré de délaisser un ascendant. (Ensemble des industries autres que les mines et la navigation maritime.)

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre d'ascendants délaissés par les tués	Probabilité qu'un assuré délaisse un ascendant (chiffres bruts)	Probabilité qu'un assuré délaisse un ascendant (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1888	3.925.286	97	0.0000247	0.0000295	0.0000199
1889	4.326.758	144	0.0000333	0.0000387	0.0000279
1890	4.485.746	129	0.0000287	0.0000336	0.0000238
1891	4.628.975	121	0.0000261	0.0000317	0.0000205
1892	4.610.669	92	0.0000199	0.0000239	0.0000159
1893	4.705.694	104	0.0000221	0.0000263	0.0000179
1894	4.774.265	121	0.0000253	0.0000297	0.0000209
Moyenne	31.457.393	808	0.0000256	0.0000273	0.0800239

Pour rechercher quelle est la probabilité qu'il convient d'adopter, on tracera les deux lignes brisées entre lesquelles se trouve nécessairement comprise toute courbe représentant la variation de la probabilité recherchée. (Voir fig. 4).

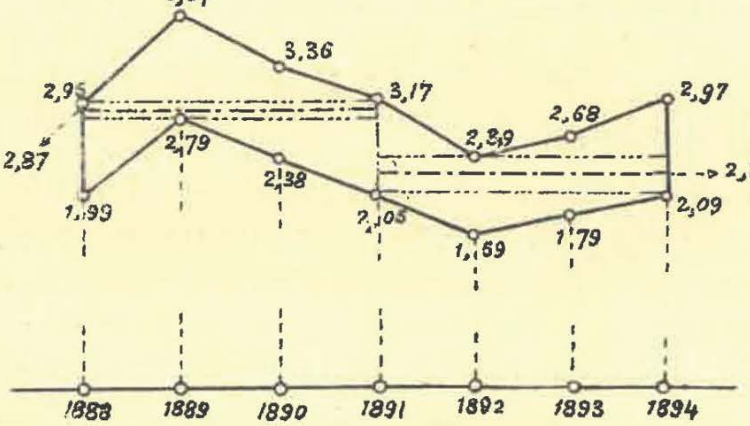

Fig. 4

Dans le cas présent, il est impossible de tracer une seule ligne horizontale entre les deux polygones limites ; par conséquent, on peut être certain que la probabilité de délaisser un ascendant a varié pendant les années 1888 à 1894, il est même très probable qu'elle a été en décroissant; on peut, en effet, inscrire entre les polygones limites deux rectangles, dont l'un correspond à des chiffres inférieurs au premier.

Si l'on avait des raisons sérieuses de croire que cette diminution se maintiendrait dans l'avenir, le chiffre qu'il conviendrait d'adopter serait 2.39, qui est la constante maximum correspondant aux années 1891 à 1894.

Mais si, au contraire, rien ne peut expliquer cette diminution, le plus prudent serait d'adopter le chiffre 2.95, qui est la constante maximum correspondant aux années 1888, 1889, 1890, 1891.

*
* *

Recherches des lois qui ont présidé à la variation du risque des accidents.

La recherche des lois qui ont présidé à la variation du nombre proportionnel des accidents est le côté philosophique de l'étude de la statistique.

Tout événement qui alterne avec son contraire est comparable aux boules blanches ou noires puisées dans une urne.

L'analogie est complète entre le nombre d'accidents survenus pendant une année et celui des boules noires qu'on extrairait d'une urne, si les boules noires sont supposées se trouver dans la proportion de la probabilité qui mesure le risque-accident.

Quand on étudie, à l'aide des résultats de la statistique, si une cause quelconque agit pour faire varier le risque-accident, on poursuit donc le même problème que de chercher, d'après le nombre de boules noires que l'on extrait d'une urne, au cours de diverses séries d'épreuves, si la composition de l'urne est restée la même pendant chacune de ces séries.

Le problème n'est pas susceptible d'une solution absolue.

Le nombre de boules noires extraites d'une urne ne peut indiquer quelle est la proportion de ces boules par rapport aux boules blanches, que si le nombre d'épreuves est infiniment grand. En toute autre hypothèse, on ne peut connaître la composition de l'urne qu'avec un certain degré d'exactitude.

De même, les chiffres fournis par la statistique ne peuvent fournir avec certitude l'appréciation du risque; ils donnent seulement des indications probables.

Si nous admettons comme dignes de confiance, dans la recherche des lois de variation du risque-accident, les résultats qui ont 95 chances contre 5 d'être exacts, soit par défaut, soit par excès, la méthode à suivre sera en tout semblable à celle que nous avons exposée dans le paragraphe précédent.

Il suffira de tracer les deux polygones limites correspondant aux écarts dont la probabilité est 0.95.

Toute ligne tracée d'une façon quelconque à l'intérieur de ces polygones limites représentera la variation du risque-accident, avec une probabilité de 0.95.

Il est extrêmement curieux d'appliquer cette méthode à la recherche des lois qui ont fait varier le risque des diverses catégories d'accidents, dans le fonctionnement de l'assurance obligatoire contre les accidents.

Nous étudierons spécialement à cet effet l'ensemble des industries autrichiennes (l'industrie agricole étant exceptée).

On connaît actuellement les résultats du fonctionnement de l'assurance obligatoire pendant cinq ans (1890 à 1894);

nous supposerons que, au cours de cette période, toutes les déclarations ont été faites avec le même soin et la même méthode.

1. *Variation du risque-mort en Autriche.*

Examinons d'abord comment le risque-mort a varié en Autriche pendant la période quinquennale 1890 à 1894.

Les documents fournis par la statistique sont les suivants :

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de tués	Probabilité pour un ouvrier d'être tué (chiffres bruts)	Probabilité pour un ouvrier d'être tué (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	519	0.00058	0.00063	0.00053
1891	957.525	540	0.00056	0.00061	0.00051
1892	1.003.306	555	0.00055	0.00060	0.00050
1893	1.070.428	625	0.00058	0.00063	0.00053
1894	1.124.675	647	0.00058	0.00062	0.00054

Ces résultats sont traduits par le graphique ci-dessous. (Voir Fig. 5.)

Si l'on joint les deux points extrêmes 63 et 54, on obtient une ligne droite indiquant que le risque a été en diminuant de 1890 à 1894.

Si l'on joint au contraire les points extrêmes 53 et 62, on obtient une autre ligne droite montrant que le risque aurait augmenté graduellement de 1890 à 1894.

Par contre, entre l'horizontale correspondant au chiffre 60 et l'horizontale correspondant au chiffre 54, il est possible de tracer une infinité d'autres horizontales correspondantes à diverses valeurs du risque.

Ces diverses lignes présentent toutes le même degré d'exactitude et peuvent être admises avec égale confiance.

L'hypothèse la plus simple est évidemment d'admettre

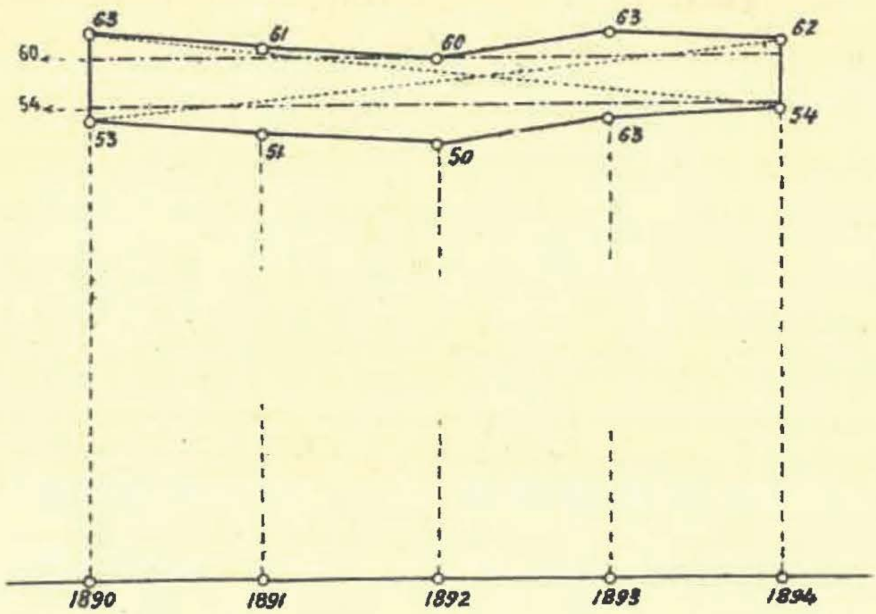

FIG. 5

que le risque n'a pas varié et d'attribuer à la probabilité maximum la valeur 0,00060.

2. *Variation du risque que chaque ouvrier court de délaisser une veuve, par suite d'accident mortel.* (Autriche.)

Les probabilités, pour un ouvrier, de délaisser une veuve, par suite d'accident mortel, sont indiquées dans le tableau suivant :

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de veuves	Probabilité pour un ouvrier de délaisser une veuve (chiffres bruts)	Probabilité pour un ouvrier de délaisser une veuve (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	275	0.00031	0.00035	0.00027
1891	957.526	299	0.00031	0.00035	0.00027
1892	1.003.306	309	0.00031	0.00034	0.00028
1893	1.070.428	339	0.00032	0.00035	0.00029
1894	1.124.675	390	0.00035	0.00038	0.00032

Ces chiffres, traduits en graphique, fournissent la figure ci-après :

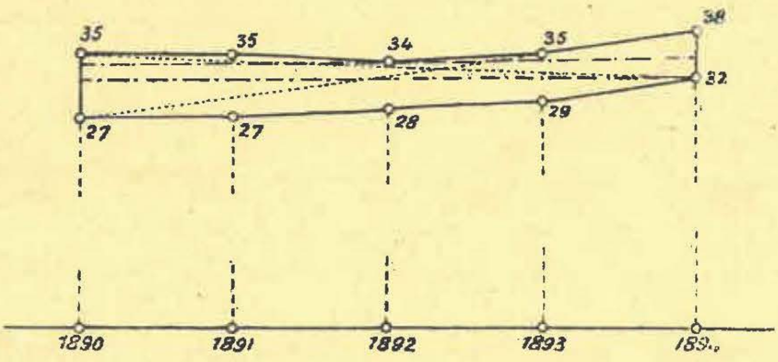

Fig. 6

En examinant ce graphique, on reconnaît que trois hypothèses sont également possibles au sujet de la variation du risque pendant la période quinquennale 1890-1894 :

1° Le risque aurait augmenté (de 0.00027 à 0.00038) ;

2° Le risque aurait diminué (de 0.00035 à 0.00032) ;

3° Le risque se serait maintenu constant (valeur quelconque entre 0.00034 et 0.00032).

3. *Variation du risque que chaque ouvrier court de délaisser un enfant, par suite d'accident mortel.* (Autriche.)

Les probabilités, pour un ouvrier, de délaisser un enfant, par suite d'accident mortel, sont indiquées dans le tableau suivant :

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre d'enfants délaissés par les tués	Probabilité pour un ouvrier de délaisser un enfant (chiffres bruts)	Probabilité pour un ouvrier de délaisser un enfant (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893 324	524	0.00059	0.00064	0.00054
1891	957.525	568	0.00059	0.00064	0.00054
1892	1.003.306	555	0.00055	0.00060	0.00058
1893	1.070.428	611	0.00057	0.00062	0.00052
1894	1.124.675	795	0.00071	0.00076	0 00066

Ces chiffres, traduits en graphique, fournissent la figure ci-après.

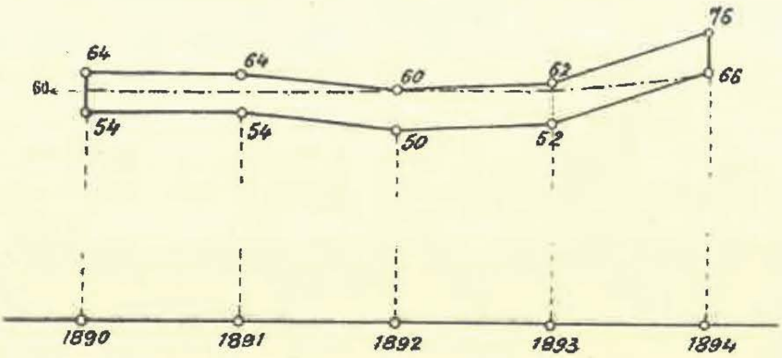

Fig. 7

En examinant ce graphique, on reconnaît que deux hypothèses sont également possibles, au sujet de la variation du risque, pendant la période quinquennale 1890-1894 :

1° Le risque aurait augmenté d'une façon considérable de 0.00054 à 0.00076);

2° Le risque serait resté à peu près constant (de 0.00060 à 0.00066).

En tous cas, on reconnaît que, abstraction faite de diminution passagère, le risque n'a certainement pas diminué, si l'on considère uniquement l'année finale (1894), et l'année initiale (1890).

4. *Variation du risque que court un ouvrier de délaisser un ascendant, par suite d'un accident mortel.* (Autriche.)

Les probabilités, pour un ouvrier, de délaisser un ascencendant, à la suite d'un accident mortel, sont indiquées dans le tableau ci-après :

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre d'ascendants délaissés	Probabilité pour un ouvrier de délaisser un ascendant (chiffres bruts)	Probabilité pour un ouvrier de délaisser un ascendant (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	58	0.0000649	0.0000805	0.0000483
1891	957.525	40	0.0000418	0.0000547	0.0000289
1892	1.003.306	59	0.0000588	0.0000737	0.0000439
1893	1.070.428	51	0.0000476	0.0000606	0.0000346
1894	1.124.675	62	0.0000551	0 0000688	0.0000414

De ce tableau résulte le graphique suivant :

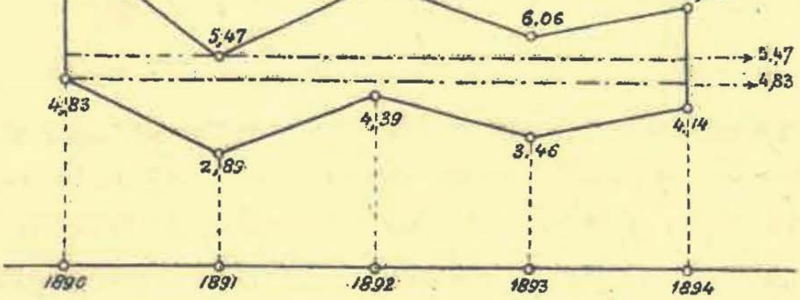

Fig. 8

De ce graphique, on peut déduire, avec la même probabilité, chacune des trois hypothèses ci-après :

1° Le risque a augmenté de 1890 à 1894 (0.0000483 à 0.000688) ;

2° Le risque a diminué pendant la même période (0.0000815 à 0.0000414) ;

3° Le risque est resté constant, et a eu pour valeur, tout nombre compris entre 0.0000483 et 0.0000547.

5. *Variation du risque incapacité permanente totale.*

Les nombres de cas d'incapacité totale survenus en Autriche, pendant la période quinquennale 1890-1894, ainsi que les probabilités qui en découlent, sont indiqués dans le tableau ci-après :

Années l'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de cas d'incapacité permanente partielle	Probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'incapacité permanente totale (chiffres bruts)	Probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'incapacité permanente totale (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	83	0.00009	0.00011	0.00007
1891	957.525	92	0.00010	0.00012	0 00008
1892	1.003.306	106	0.00010	0.00012	0.00008
1893	1.070 428	112	0.00010	0.00012	0.00008
1894	1.124.675	99	0.00009	0.00011	0.00007

On en déduit le graphique suivant :

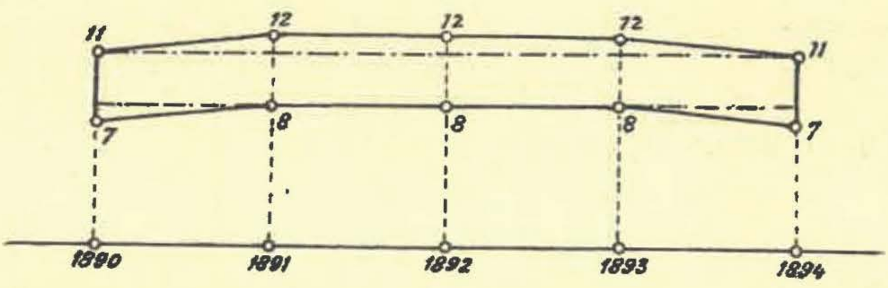

Fig. 9

L'examen de ce graphique peut fournir, indifféremment et avec le même degré d'exactitude, l'une ou l'autre des conclusions ci-après :

1° Le risque a augmenté pendant la période considérée (de 0.00007 à 0.00011);

2° Le risque a diminué (de 0.00011 à 0.00007);

3° Le risque est resté constant (valeur quelconque entre 0.00008 et 0.00011).

6. *Variation du risque incapacité permanente partielle.*

Les nombres des cas d'incapacité permanente partielle survenus en Autriche, pendant la période quinquennale 1890-1894, ainsi que les probabilités qui en découlent, sont indiquées dans le tableau ci-après :

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de cas d'incapacité permanente partielle	Probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'incapacité permanente partielle (chiffres bruts)	Probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'incapacité permanente partielle (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	1357	0.00152	0.00160	0.00144
1891	957.525	1858	0.00194	0.00203	0.00185
1892	1 003 306	2247	0.00224	0.00233	0.00215
1893	1.070.428	2951	0.00276	0.00286	0.00266
1894	1.224 675	3373	0.00300	0.00310	0.00390

On en déduit le graphique suivant :

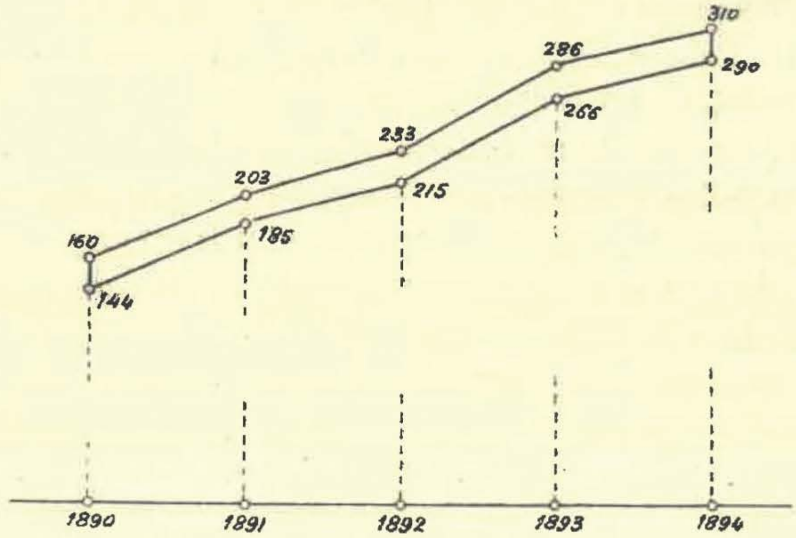

FIG. 10

L'examen de ce graphique fournit une conclusion certaine, c'est que le risque incapacité permanente partielle a augmenté de 1890 à 1894.

Quant à la valeur de l'augmentation, elle ne peut être fixée d'une manière absolue.

L'augmentation maximum correspond aux valeurs extrêmes 0.00144 et 0.000310 (115 %), et l'augmentation minimum correspond aux chiffres 0.00160 et 0,00290 (81 %).

Tout pourcentage compris entre 115 % et 81 % peut indiquer, avec la même approximation, la valeur de l'augmentation du risque.

7. *Variation du risque que court un ouvrier d'être atteint d'une incapacité permanente partielle donnant droit à une rente inférieure à 21 % du salaire.*

Les cas d'incapacité permanente partielle sont classés, en Autriche, en quatre catégories, selon qu'ils donnent droit à une rente :

1° inférieure à 21 °/$_0$ du salaire (1[re] catégorie);
2° de 21 °/$_0$ à 30 °/$_0$ inclus (2[e] catégorie);
3° de 31 °/$_0$ à 40 °/$_0$ inclus (3[e] catégorie);
4° de 41 °/$_0$ à 50 °/$_0$ inclus (4[e] catégorie);

Le nombre d'incapacités permanentes partielles survenues pendant la période quinquennale 1890-1894, et ayant donné droit à une rente inférieure à 21 °/$_0$ du salaire est indiqué dans le tableau ci-après :

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de cas d'incapacité permanente partielle de la 1[re] catég.	Probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la 1[re] catégorie (chiffres bruts)	Probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la 1[re] catégorié (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	747	0.00090	0.00090	0.00078
1891	957.525	1206	0.00126	0.00133	0.00119
1892	1.003.306	1513	0.00151	0.00159	0.00143
1893	1.107.428	1932	0.00180	0.00188	0.00172
1864	1.124.675	2445	0.00217	0.00226	0.00208

On en déduit le diagramme suivant :

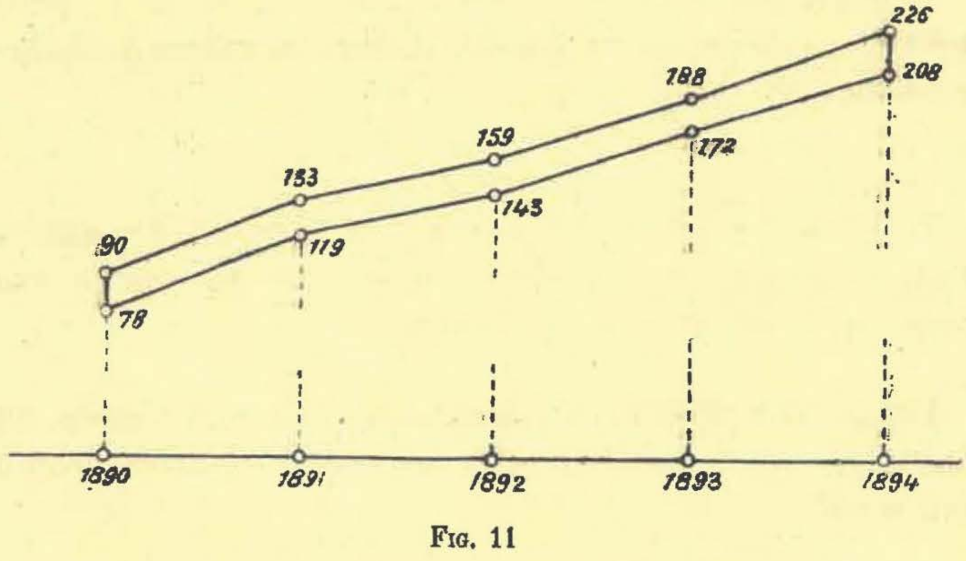

Fig. 11

L'examen de ce graphique conduit à l'une ou l'autre des conclusions suivantes :

1° Le risque aurait diminué (de 0.00043 à 0.00040) ;

2° Le risque aurait été en augmentant, et l'augmentation serait comprise entre les chiffres 0.00035 et 0.00048 (augmentation de 37 %), et les chiffres 0.00035 et 0.00040) augmentation de 14 %).

7. *Variation du risque que court un ouvrier d'être atteint d'une incapacité permanente donnant droit à une rente de 31 % à 40 % du salaire (3e catégorie).*

Le nombre de cas d'incapacité permanente partielle de la troisième catégorie, survenus pendant la période quinquennale 1890-1894, et les probabilités qui en résultent, sont indiqués dans le tableau ci-après :

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de cas d'incapacité permanente partielle de la 2me catég.	Probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la 2me catégorie (chiffres bruts)	Probabilité pour un ouvrier d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la 2me catégorie (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	344	0.00039	0.00043	0.00035
1891	957.525	338	0.00035	0.00093	0.00031
1892	1.003.306	351	0.00035	0.00039	0.00031
1893	1.070.428	554	0.00052	0.00056	0.00048
1894	1.124.675	493	0.00044	0.00048	0.00040

On en déduit le graphique suivant :

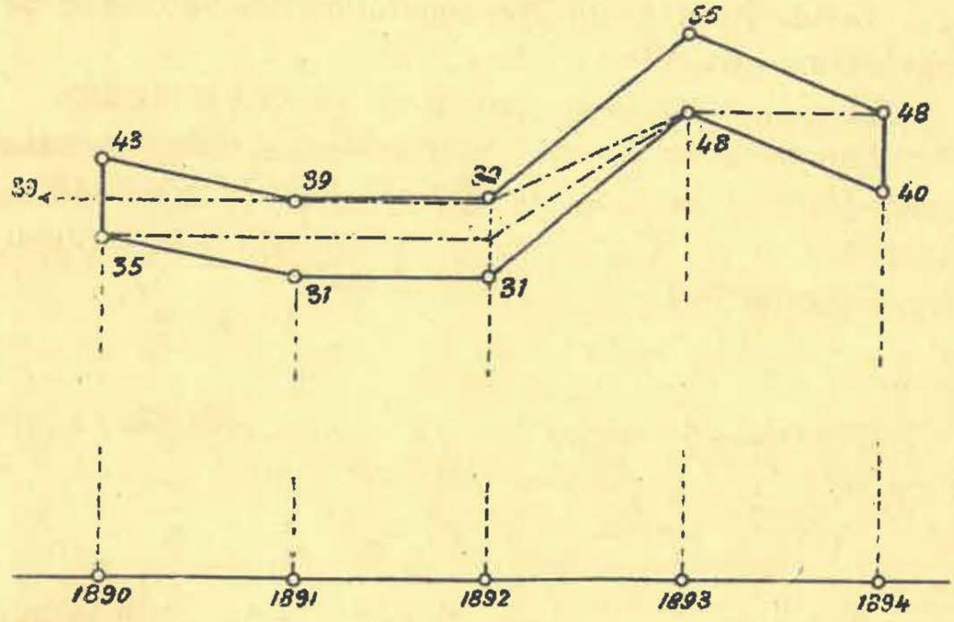

Fig. 12

L'examen de ce graphique donne la certitude que le risque d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la première catégorie a augmenté pendant la période quinquennale 1890-1894.

La valeur de cette augmentation ne peut être fixée d'une manière absolue ; elle est comprise entre deux limites.

La limite maximum correspond aux valeurs extrêmes 0.00078 et 0.00226 (187 °/₀) ; la limite maximum répond aux valeurs extrêmes 0.00090 et 0.00208 (131 °/₀).

Tout pourcentage compris entre 187 °/₀ et 131 °/₀ peut indiquer, avec la même approximation, la valeur de l'augmentation du risque.

8. *Variation du risque que court un ouvrier d'être atteint d'une incapacité permanente partielle donnant droit à une rente de 21 °/₀ à 30 °/₀ du salaire (2ᵉ catégorie).*

Le nombre de cas d'incapacité permanente partielle de la deuxième catégorie, survenus pendant la période quinquennale 1890-1896, et les probabilités qui en résultent, sont indiqués dans le tableau ci-après :

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de cas d'incapacité permanente partielle de la 3^{me} catég.	Probabilité d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la 3^{me} catégorie. (chiffres bruts)	Probabilité d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la 3^{me} catégorie (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893 324	122	0.00014	0.00016	0.00012
1891	975.525	121	0.00013	0.00015	0.00011
1892	1.003.306	191	0.00019	0.00022	0.00016
1893	1.070.428	216	0.00020	0.00023	0.00017
1894	1.124.675	217	0.00020	0.00023	0.00017

On en déduit de ce tableau le graphique suivant :

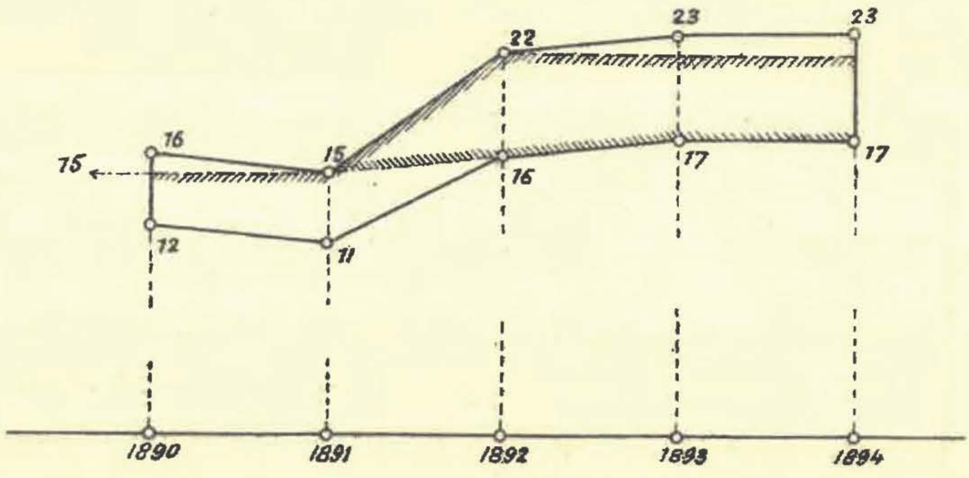

Fig. 13

L'examen de ce graphique donne la certitude que le risque d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la troisième catégorie a augmenté pendant la période quinquennale 1890-1894.

La valeur de l'augmentation du risque est comprise entre deux limites.

La limite maximum correspond aux valeurs extrêmes 0.00012 et 0.00023 (91 %); la limite minimum répond aux valeurs extrêmes 0.00016 et 0.00017 (6 %).

Tout pourcentage compris entre 91 % et 6 % peut donc indiquer, avec la même approximation, la valeur de l'augmentation du risque.

10. *Variation du risque que court un ouvrier d'être atteint d'une incapacité permanente partielle donnant droit à une rente viagère de 41 % a 50 % du salaire (4e catégorie).*

Le nombre des cas d'incapacité permanente partielle de cette quatrième catégorie, survenus pendant la période quinquennale 1890-1894, et les probabilités qui en résultent, sont indiqués dans le tableau ci-après.

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de cas d'incapacité permanente partielle de la 4me catég.	Probabilité d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la 4me catégorie (chiffres bruts)	Probabilité d'être atteint d'une incapacité permanente partielle de la 4me catégorie (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	144	0.00016	0.00019	0.00013
1891	975.525	198	0.00021	0.00024	0.00018
1892	1.003.306	192	0.00019	0.00022	0.00016
1893	1.070.428	249	0.00023	0.00026	0.00020
1894	1.124.675	208	0.00018	0.00020	0.00016

On en déduit le graphique suivant :

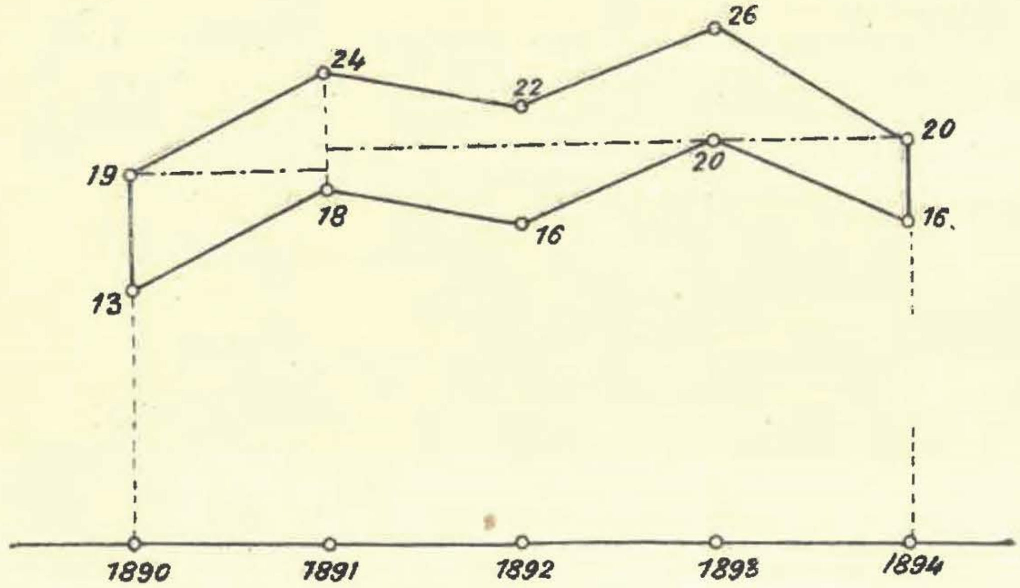

FIG. 14

L'examen de ce graphique permet de conclure avec la même probabilité :

1° Soit que le risque a augmenté de 0.00013 à 0.00020 (53 %);

2° Soit que le risque a diminué de 0.00019 à 0.00016.

11. *Variation du risque d'être atteint d'une incapacité temporaire ayant une durée supérieure à quatre semaines.*

Le nombre de cas de ces incapacités, survenus pendant la période quinquennale 1890-1894, et les probabilités qui en résultent, sont indiqués dans le tableau ci-après.

Années d'assurance	Nombre d'assurés	Nombre de cas d'incapacité temporaire	Probabilité d'être atteint d'une incapacité temporaire (chiffres bruts)	Probabilité d'être atteint d'une incapacité temporaire (chiffres ajustés)	
				Maximum	Minimum
1890	893.324	4458	0.00499	0.00514	0.00484
1891	975.525	5887	0.00615	0.00631	0.00599
1892	1.003.306	6121	0.00610	0.00625	0.00595
1893	1.070.428	6822	0.00637	0.00652	0.00622
1894	1.125.675	7956	0.00707	0.00752	0.00692

On en déduit le graphique suivant :

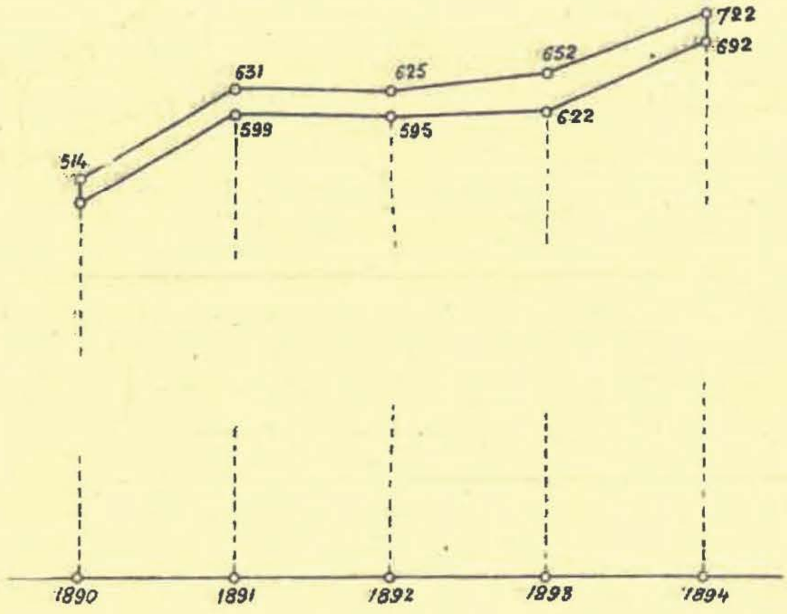

Fig. 15

L'examen de ce graphique conduit à la certitude que le risque a augmenté de 1890 à 1894.

La valeur de l'augmentation est comprise entre deux limites : la limite maximum correspond aux valeurs extrêmes 0.00484 et 0.00722 (49 °/₀), et la limite minimum correspond aux valeurs extrêmes 0.00514 et 0.00692 (35 °/₀).

Tout pourcentage compris entre 49 °/₀ et 35 °/₀ peut donc indiquer, avec la même approximation, la valeur de l'augmentation du risque.

Résumons maintenant l'étude de la variation du risque dans les industries autrichiennes.

Il y a seulement trois catégories d'accidents pour lesquelles il est certain que le risque ait augmenté, ce sont les incapacités permanentes partielles de la deuxième et de la quatrième catégories, et les incapacités temporaires.

En ce qui concerne les autres catégories d'accidents, c'est-à-dire les cas de mort, d'incapacité permanente totale et d'incapacité permanente partielle de la première et de la troisième catégories, on ne peut décider s'il y a augmentation ou diminution, et l'hypothèse la plus simple consiste à admettre que le risque est resté constant.

Les conclusions que nous venons d'énoncer sont rendues plus claires encore si l'on dresse le tableau ci-après.

Variation du risque, accident pendant la période quinquenale 1890-1895, en Autriche.

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">GRAVITÉ DES ACCIDENTS</th><th rowspan="2">OBSERVATIONS</th><th colspan="2">VALEUR PROBABLE DE L'AUGMENTATION DU RISQUE</th></tr>
<tr><th>Maximum</th><th>Minimum</th></tr>
<tr><td colspan="2">1. Mort.</td><td>Le risque n'a pas varié.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">Incapacité permanente.</td><td>2. Totale.</td><td>Le risque n'a pas varié.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. Partielle donnant droit à une rente de 41 à 50 °/₀ du salaire. (1^{re} catégorie)</td><td>Le risque n'a pas varié.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4 Partielle donnant droit à une rente de 31 à 40 °/₀ du salaire. (2^e catégorie)</td><td>Le risque a certainement augmenté.</td><td>91°/₀</td><td>6 °/₀</td></tr>
<tr><td>5. Partielle donnant droit à une rente de 21 à 30 °/₀ du salaire. (3^e catégorie)</td><td>Le risque n'a pas varié.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6. Partielle donnant droit à une rente inférieur à 20 °/₀ de salaire. (4^e catégorie)</td><td>Le risque a certainement augmenté.</td><td>187 °/₀</td><td>131 °/₀</td></tr>
<tr><td colspan="2">Incapacité temporaire.</td><td>Le risque a certainement augmenté.</td><td>49 °/₀</td><td>35 °/₀</td></tr>
</table>

La conclusion définitive à tirer de ce tableau, c'est que, dans le fonctionnement de l'assurance obligatoire en Autriche, pendant la période quinquennale 1890-1894, il a existé une *cause* ayant pour effet d'augmenter le nombre des accidents légers, mais n'agissant pas sur les accidents graves.

La recherche de la nature de cette *cause*, qui a influencé surtout le nombre des incapacités permanentes donnant droit à de faibles rentes, n'est pas du domaine de cette étude.

ANNEXE

TABLE

DES

VALEURS DE L'INTÉGRALE

$$\theta(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-\gamma^2} d\gamma$$

γ	$\theta(\gamma)$	γ	$\theta(\gamma)$	γ	$\theta(\gamma)$
0,00 . . .	0,0000000	0.18 . . .	0,2009357	0,36 . . .	0,3893297
0,01 . . .	0,0112833	0,19 . . .	0,2118393	0,37 . . .	0,3992059
0,02 . . .	0,0225644	0,20 . . .	0,2227025	0,38 . . .	0,4090093
0,03 . . .	0,0338410	0,21 . . .	0,2335218	0,39 . . .	0,4187385
0,04 . . .	0,0451109	0,22 . . .	0,2442958	0,40 . . .	0,4283922
0,05 . . .	0,0563718	0,23 . . .	0,2550225	0,41 . . .	0,4379690
0,06 . . .	0,0676215	0,24 . . .	0,2657000	0,42 . . .	0,4474676
0,07 . . .	0,0788577	0,25 . . .	0,2763263	0,43 . . .	0,4568867
0,08 . . .	0,0900781	0,26 . . .	0,2868997	0,44 . . .	0,4662251
0,09 . . .	0,1012806	0,27 . . .	0,2974182	0,45 . . .	0,4754818
0,10 . . .	0,1124630	0,28 . . .	0,3078800	0,46 . . .	0,4846555
0,11 . . .	0,1236230	0,29 . . .	0,3182834	0,47 . . .	0,4937452
0,12 . . .	0,1347584	0,30 . . .	0,3286267	0,48 . . .	0,5027498
0,13 . . .	0,1458671	0,31 . . .	0,3389081	0,49 . . .	0,5116683
0,14 . . .	0,1569471	0,32 . . .	0,3491259	0,50 . . .	0,5204999
0,15 . . .	0,1679959	0,33 . . .	0,3592785	0,51 . . .	0,5292437
0,16 . . .	0,1790117	0,34 . . .	0,3693644	0,52 . . .	0,5378987
0,17 . . .	0,1899923	0,35 . . .	0,3793819	0,53 . . .	0,5464641

γ	θ(γ)	γ	θ(γ)	γ	θ(γ)
0,54 . . .	0,5549392	0,80 . . .	0,7421010	1,06 . . .	0,8661435
0,55 . . .	0,5633233	0,81 . . .	0,7480033	1,07 . . .	0,8697732
0,56 . . .	0,5716157	0,82 . . .	0,7538108	1,08 . . .	0,8733261
0,57 . . .	0,5798158	0,83 . . .	0,7595238	1,09 . . .	0,8768030
0,58 . . .	0,5879229	0,84 . . .	0,7651427	1,10 . . .	0,8802050
0,59 . . .	0,5959365	0,85 . . .	0,7706680	1,11 . . .	0,8835330
0,60 . . .	0,6038561	0,86 . . .	0,7761002	1,12 . . .	0,8867879
0,61 . . .	0,6116812	0,87 . . .	0,7814398	1,13 . . .	0.8899707
0,62 . . .	0,6194114	0,88 . . .	0,7866873	1,14 . . .	0,8930823
0,63 . . .	0,6270463	0,89 . . .	0,79118432	1,15 . . .	0,8961238
0,64 . . .	0,6345857	0,90 . . .	0,7969082	1,16 . . .	0,8990962
0,65 . . .	0,6420292	0,91 . . .	0,8018828	1,17 . . .	0,9020004
0,66 . . .	0,6493765	0,92 . . .	0,8067677	1,18 . . .	0,9048374
0,67 . . .	0,6566275	0,93 . . .	0,8115635	1,19 . . .	0,9076083
0,68 . . .	0,6637820	0,94 . . .	0,8162710	1,20 . . .	0,9103140
0,69 . . .	0,6708399	0,95 . . .	0,8208908	1,21 . . .	0,9129555
0,70 . . .	0,6778010	0,96 . . .	0,8254236	1,22 . . .	0,9155339
0,71 . . .	0,6846654	0,97 . . .	0,8298703	1,23 . . .	0 9180501
0,72 . . .	0,6914330	0,98 . . .	0,8342115	1,24 . . .	0,9205052
0,73 . . .	0,6981034	0,99 . . .	0,8385081	1,25 . . .	0,9229001
0,74 . . .	0,7046780	1,00 . . .	0,8427008	1,26 . . .	0,9252359
0,75 . . .	0,7111556	1,01 . . .	0,8468105	1,27 . . .	0,9275136
0,76 . . .	0,7175367	1,02 . . .	0,8508380	1,28 . . .	0,9297342
0,77 . . .	0,7238216	1,03 . . .	0,8547842	1,29 . . .	0,9318987
0,78 . . .	0,7300104	1,04 . . .	0,8586499	1,30 . . .	0,9340080
0,79 . . .	0,7361035	1,05 . . .	0,8624360	1,31 . . .	0,9360632

γ	θ(γ)	γ	θ(γ)	γ	θ(γ)
1,32 . . .	0,9380652	1,58 . . .	0,9745470	1,84 . . .	0,9907359
1,33 . . .	0,9400150	1,59 . . .	0,9754620	1,85 . . .	0,9911110
1,34 . . .	0,9419137	1,60 . . .	0,9763484	1,86 . . .	0,9914725
1,35 . . .	0,9437622	1,61 . . .	0,9772069	1,87 . . .	0,9918207
1,36 . . .	0,9433614	1,62 . . .	0,9780381	1,88 . . .	0,9921562
1,37 . . .	0.9473124	1,63 . . .	0,9788429	1,89 . . .	0,9924793
1,38 . . .	0,9490160	1,64 . . .	0,9797218	1,90 . . .	0,9927904
1,39 . . .	0,9506733	1,65 . . .	0,9803756	1,91 . . .	0,9930899
1,40 . . .	0,9522851	1,66 . . .	0,9811049	1,92 . . .	0,9933782
1,41 . . .	0.9538524	1,67 . . .	0,9818104	1,93 . . .	0,9936557
1,42 . . .	0,9553762	1,68 . . .	0,9824928	1,94 . . .	0,9939226
1,43 . . .	0,9568573	1,69 . . .	0,9831526	1,95 . . .	0,9941794
1,44 . . .	0,9582966	1,70 . . .	0,9837904	1,96 . . .	0,9944263
1,45 . . .	0,9596950	1,71 . . .	0,9844070	1,97 . . .	0,9946637
1,46 . . .	0,9610535	1,72 . . .	0,9850028	1,98 . . .	0,9948920
1,47 . . .	0,9623729	1,73 . . .	0,9855785	1,99 . . .	0,9951114
1,48 . .	0,9636541	1,74 . . .	0,9861346	2,00 . . .	0,9953223
1,49 . . .	0,9648979	1,75 . . .	0,9866717	2,01 . . .	0,9955248
1,50 . . .	0 9661052	1,76 . . .	0,9871903	2,02 . , .	0,9957195
1,51 . . .	0,9672768	1,77 . . .	0,9876910	2,03 . . .	0,9949063
1,52 . . .	0,9684135	1,78 . . .	0,9881742	2,04 . . .	0,9960858
1,53 . . .	0;9695162	1,79 . . .	0,9886406	2,05 . . .	0,9962581
1,54 . . .	0,9705857	1,80 . . .	0,9890905	2,06 . . .	0,9964235
1,55 . . .	0,9716227	1,81 . . .	0,9895245	2,07 . . .	0,9965822
1,56 . . .	0,9726281	1,82 . . .	0,9899431	2,08 . . .	0,9957344
1,57 . . .	0,9736026	1,83 . . .	0,9903467	2,09 . . .	0,9968805

γ	θ(γ)	γ	θ(γ)	γ	θ(γ)
2,10 . . .	0,9970205	2,36 . . .	0,9991548	2,62 . . .	0,9997888
2,11 . . .	0,9971548	2,37 . . .	0,9991968	2,63 . . .	0,9998003
2,12 . . .	0,9972836	2,38 . . .	0,9992369	2,64 . . .	0,9998112
2,13 . . .	0,9974070	2,39 . . .	0,9992751	2,65 . . .	0,9998215
2,14 . . .	0,9975253	2,40 . . .	0,9993115	2,66 . . .	0,9998313
2,15 . . .	0,9976386	2,41 . . .	0,9993462	2,67 . . .	0,9998406
2,16 . . .	0,9977472	2,42 . . .	0,9993793	2,68 . . .	0,9998494
2,17 . . .	0,9978511	2,43 . . .	0,9994108	2,69 . . .	0,9998578
2,18 . . .	0,9979505	2,44 . . .	0,9994408	2,70 . . .	0,9998657
2,19 . . .	0,9980459	2,45 . . .	0,9994694	2,71 . . .	0,9998732
2,20 . . .	0,9982244	2,46 . . .	0,9994966	2,72 . . .	0,9998803
2,21 . . .	0,9981372	2,47 . . .	0,9995226	2,73 . . .	0,9998870
2,22 . . .	0,9983079	2,48 . . .	0,9995472	2,74 . . .	0,9998933
2,23 . . .	0,9983878	2,49 . . .	0,9995707	2,75 . . .	0,9998994
2,24 . . .	0,9984642	2,50 . . .	0,9995930	2,76 . . .	0,9999051
2,25 . . .	0,9985373	2,51 . . .	0,9996143	2,77 . . .	0,9999105
2,26 . . .	0,9986071	2,52 . . .	0,9996345	2,78 . . .	0,9999156
2,27 . . .	0,9986739	2,53 . . .	0,9996537	2,79 . . .	0,9999204
2,28 . . .	0,9987377	2,54 . . .	0,9996720	2,80 . . .	0,9999250
2,29 . . .	0,9987986	2,55 . . .	0,9996893	2,81 . . .	0,9999293
2,30 . . .	0,9988568	2,56 . . .	0,9997058	2,82 . . .	0,9999334
2,31 . . .	0,9989124	2,57 . . .	0,9997215	2,83 . . .	0,9999372
2,32 . . .	0,9989655	2,58 . . .	0,9997364	2,84 . . .	0,9999409
2,33 . . .	0,9990162	2,59 . . .	0,9997505	2,85 . . .	0,9999443
2,34 . . .	0,9990646	2,60 . . .	0,9997640	2,86 . . .	0,9999476
2,35 . . .	0,9991107	2,61 . . .	0,9997767	2,87 . . .	0,9999507

γ	θ(γ)	γ	θ(γ)	γ	θ(γ)
2,88 . . .	0,9999536	3,14 . . .	0,9999910	3,40 . . .	0,9999985
2,89 . . .	0,9999563	3,15 . . .	0,9999916	3,41 . . .	0,9999986
2,90 . . .	0,9999589	3,16 . . .	0,9999921	3,42 . . .	0,9999987
2,91 . . .	0,9999613	3,17 . . .	0,9999926	3,43 . . .	0,9999988
2,92 . . .	0,9999636	3,18 . . .	0,9999931	3,44 . . .	0,9999989
2,93 . . .	0,9999658	3,19 . . .	0,9999936	3,45 . . .	0,9999689
2,94 . . .	0,9999679	3,20 . . .	0,9999940	3,46 . . .	0,99999900780
2,95 . . .	0,9999698	3,21 . . .	0,9999944	3,47 . . .	0,99999907672
2,96 . . .	0,9999716	3,22 . . .	0,9999947	3,48 . . .	0,99999914101
2,97 . . .	0,9999733	3,23 . . .	0,9999951	3,49 . . .	0,99999920097
2,98 . . .	0,9999750	3,24 . . .	0,9999954	3,50 . . .	0,99999925691
2,99 . . .	0,9999765	3,25 . . .	0,9999957	3,51 . . .	0,99999930905
3,00 . . .	0,9999779	3,26 . . .	0,9999960	3,52 . . .	0,99999935766
3,01 . . .	0,9999793	3,27 . . .	0,9999962	3,53 . . .	0,99999940296
3,02 . . .	0,9999805	3,28 . . .	0,9999965	3,54 . . .	0,99999944519
3,03 . . .	0,9999817	3,29 . . .	0,9999967	3,55 . . .	0,99999948452
3,04 . . .	0,9999829	3,30 . . .	0,9999969	3,56 . . .	0,99999952115
3,05 . . .	0,9999839	3,31 . . .	0,9999971	3,57 . . .	0,99999955527
3,06 . . .	0,9999849	3,32 . . .	0,9999973	3,58 . . .	0,99999958703
3,07 . . .	0,9999859	3,33 . . .	0,9999975	3,59 . . .	0,99999961661
3,08 . . .	0,9999867	3,34 . . .	0,9999977	3,60 . . .	0,99999964414
3,09 . . .	0,9999876	3,35 . . .	0,9999978	3,61 . . .	0,99999966975
3,10 . . .	0,9999884	3,36 . . .	0,9999980	3,62 . . .	0,99999969358
3,11 . . .	0,9999891	3,37 . . .	0,9999981	3,63 . . .	0,99999971574
3,12 . . .	0,9999898	3,38 . . .	0,9999982	3,64 . . .	0,99999973636
3,13 . . .	0,9999904	3,39 . . .	0,9999984	3,65 . . .	0,99999975551

γ	θ(γ)	γ	θ(γ)	γ	θ(γ)
3,66 . . .	0,99999977333	3,81 . . .	0,99999992881	3,96 . . .	0,99999997860
3,67 . . .	0,99999978990	3,82 . . .	0,99999993421	3,97 . . .	0,99999998028
3,68 . . .	0,99999980528	3,83 . . .	0,99999993931	3,98 . . .	0,99999998183
3,69 . . .	0,99999981957	3,84 . . .	0,99999994383	3,99 . . .	0,99999998327
3,70 . . .	0,99999983285	3,85 . . .	0,99999994812	4,00 . . .	0,99999968459
3,71 . . .	0,99999984517	3,86 . . .	0,99999995208	4,10 . . .	0,99999999330
3,72 . . .	0,99999985663	3,87 . . .	0,99999995575	4,20 . . .	0,99999999714
3,73 . . .	0,99999986826	3,88 . . .	0,99999995915	43,0 . . .	0,99999999880
3,74 . . .	0,99999987712	3,89 . . .	0,99999996230	4,40 . . .	0,99999999951
3,75 . . .	0,99999988629	3,90 . . .	0,99999996522	4,50 . . .	0,99999999981
3,76 . . .	0,99999989477	3,91 . . .	0,99999996790	4,60 . . .	0,99999999992
3,77 . . .	0,99999990265	3,92 . . .	0,99999997039	4,70 . . .	0,99999999997
3,78 . . .	0,99999998295	3,93 . . .	0,99999997260	4,80 . . .	0,99999999999
3,79 . . .	0,99999991672	3,94 . . .	0,99999997482		
3,80 . . .	0,99999992200	3,95 . . .	0,99999997678		