

# LES RENTES VIAGÈRES DIFFÉRÉES

ET

## L'ASSURANCE CONTRE L'INVALIDITÉ

PAR

**J. HENROTTE**

Inspecteur principal du travail.

[36841]

---

Le mécanisme de la constitution des rentes viagères différées s'explique aisément à l'aide d'un exemple : si l'on groupe 1000 personnes âgées de 20 ans, il ne restera plus en vie, après 45 années, que 447 personnes âgées de 65 ans.

Admettons que les diverses personnes du groupe considéré soient affiliées à un organisme financier et se soient engagées à payer chaque année une cotisation déterminée, au plus tard jusqu'à l'âge de 65 ans.

A l'expiration de cet engagement toutes les cotisations, augmentées de leurs intérêts composés, seront partagées en 447 parts égales qui deviendront les capitaux constitutifs de rentes viagères immédiates accordées aux 447 survivants.

Les rentes viagères différées ainsi constituées sont dites à capital abandonné : les héritiers des affiliés qui

meurent avant l'âge de 65 ans n'ont aucun droit sur tout ou partie des versements effectués ; au contraire, ce sont les survivants du groupe d'affiliés, qui, parvenus à l'âge de 65 ans, se partageront les versements effectués par les affiliés décédés, augmentés des intérêts composés qui y sont afférents.

S'il n'en était pas ainsi, il n'y aurait aucun avantage pour les affiliés à s'associer, chacun d'eux pouvant constituer par l'épargne un capital qui plus tard serait transformé en rente viagère.

Il existe une seconde catégorie de rentes viagères différées : ce sont les *rentes à capital réservé*, qui ont été instituées en vue de tempérer ce que le premier système paraît avoir d'injuste vis-à-vis des héritiers.

Dans cette combinaison, les affiliés survivants ne se partagent plus les versements des affiliés décédés, mais uniquement les intérêts composés de ces versements ; de même, les intérêts composés de leurs versements seuls sont convertis en rentes viagères, le capital étant réservé pour être restitué aux héritiers.

Il en résulte que lorsqu'un affilié meurt, ses ayants droit reçoivent une somme égale aux versements qu'il a effectués.

On conçoit immédiatement que, à cotisations égales, ce mode de constitution de rentes viagères ne peut créer des pensions de retraite aussi élevées que si le capital était abandonné.

En fait, l'acquisition de rentes viagères différées à capital réservé constitue une double opération dont l'une est l'assurance en cas de vie à un âge déterminé, c'est la rente viagère différée, et l'autre une assurance au profit des héritiers en cas de mort.

Cette assurance en cas de mort garantit aux héritiers, non pas une somme constante, quel que soit l'âge au décès, mais une somme qui croît à mesure que l'affilié devient

plus âgé, puisque cette somme est égale à la somme des cotisations qu'il aura versées.

Cette forme de l'assurance sur la vie n'est pas à recommander. Les conséquences de la mort d'un chef de famille doivent avoir une réparation d'autant plus sérieuse que cette mort survient plus tôt.

L'assurance d'un capital croissant avec l'âge est donc une forme surannée de la prévoyance; elle ne peut lutter avec les combinaisons nouvelles, si nombreuses et si bien comprises, de l'assurance sur la vie (assurances mixtes, assurances de survie).

Revenons aux rentes viagères à capital abandonné.

Ainsi que nous l'avons vu par l'exemple ci-dessus, où tous les affiliés étaient supposés âgés de 20 ans, le système financier de constitution de ces rentes consiste à répartir les chances de mortalité entre des affiliés ayant le même âge, c'est-à-dire sujets au *même risque de mortalité*.

En outre, les capitaux ou réserves techniques afférentes aux rentes viagères sont constituées en garantie des engagements de l'assureur.

Ce sont les traits caractéristiques de l'assurance basée sur des méthodes scientifiques.

La Caisse de retraite sous la garantie du Gouvernement, annexée à notre Caisse générale d'épargne, a été organisée conformément à ces principes.

Les chances de mortalité sur lesquelles est basé le tarif de cette Caisse de retraite ont été déduites de la table de la mortalité de Quételet, dont voici un extrait :

Survivants	à	20	ans	.	.	.	.	.	635
id.	à	25	ans	.	.	.	.	.	604
id.	à	30	ans	.	.	.	.	.	573
id.	à	35	ans	.	.	.	.	.	543
id.	à	40	ans	.	.	.	.	.	511

Survivants	à	45	ans	.	.	.	.	476
id.	à	50	ans	.	.	.	.	440
id.	à	55	ans	.	.	.	.	397
id.	à	60	ans	.	.	.	.	345
id.	à	65	ans	.	.	.	.	284

Les sommes versées, déduction faite d'un prélèvement de 3 % destiné à couvrir les frais d'administration, servent à l'acquisition de rentes et rapportent un intérêt de 3 % l'an.

Les rentes viagères sont payées par douzièmes et fin du mois.

Conformément aux dispositions de la loi du 16 mars 1865, tout affilié doit désigner l'âge auquel il entend entrer en jouissance de la rente différée, et cette entrée en jouissance ne peut être fixée qu'à partir de chaque année d'âge accompli, depuis 50 jusque 65 ans.

En conséquence, les tarifs de la Caisse de retraite ne prévoient pas le taux des rentes différées accordées avant l'âge de 50 ans; cependant (art. 50 de la loi du 16 mars 1865), toute personne assurée dont l'existence dépend de son travail et qui, avant l'âge fixé par l'assurance, se trouve incapable de pourvoir à sa subsistance, peut être admise à jouir immédiatement des rentes qu'elle a acquises, mais réduites en proportion de son âge réel au moment de l'entrée en jouissance.

On sait que la Caisse de retraite admet les versements uniques, en sorte qu'un affilié ne s'engage jamais à effectuer des versements à une époque déterminée.

Néanmoins, lorsqu'on veut se rendre compte des résultats de la prévoyance bien entendue, il est naturel de rechercher ce que peuvent produire des cotisations régulières, telles que, par exemple, des versements ininterrompus de 1 franc par mois.

On trouve dans les brochures de propagande répandues par la Caisse de retraite, la valeur des rentes annuelles acquises dans cette supposition, selon que les âges, au premier versement, varient de 10 à 64 ans et que les âges d'entrée en jouissance sont compris entre 50 et 65 ans.

Nous avons été curieux de rechercher ce que deviendrait ce tarif en supposant que les âges d'entrée en jouissance soient inférieurs à 50 ans, c'est-à-dire pour les cas d'application de l'article 50 de la loi du 16 mars 1865.

L'exposé de la méthode suivie dans cette recherche se trouve dans la note A annexée au présent mémoire et les chiffres obtenus sont indiqués dans le tarif A ci-contre :

Nous nous bornerons à donner ici les résultats obtenus :

Examinons particulièrement les rentes acquises, lorsque les versements de 1 franc par mois sont effectués dès l'âge de 20 ans.

**TARIF A. CAISSE DE RETRAITE SOUS LA GARANTIE DU GOUVERNEMENT**

*Rentes annuelles acquises par des versements mensuels ininterrompus de 1 franc.*

AGE AU 1 <sup>er</sup> VERSEMENT	AGE DE L'ENTRÉE EN JOUISSANCE								
	25 ans	30 ans	35 ans	40 ans	45 ans	50 ans (*)	55 ans (*)	60 ans (*)	65 ans (*)
20 ans	3.13	7.32	13.06	21.14	32.92	51.07	80.43	131.80	230.89
25 ans		3.30	7.83	14.19	23.47	37.74	60.86	101.31	179.34
30 ans			3.52	8.48	15.71	26.82	44.83	76.33	137.13
35 ans				3.81	9.36	17.88	31.71	55.90	102.57
40 ans					4.18	10.60	21.01	39.25	74.41
45 ans						4.71	12.38	25.79	51.67
50 ans							5.46	15.01	33.45

(\*) Chiffres extraits du tarif en vigueur.

A 25 ans, la rente acquise est de fr.		3.16
A 30 ans	id.	7.32
A 35 ans	id.	13.06
A 40 ans	id.	21.14
A 45 ans	id.	32.92
A 50 ans	id.	51.07
A 55 ans	id.	80.43
A 60 ans	id.	131.80
A 65 ans	id.	230.89

Ce qui frappe tout d'abord, c'est l'importance de la rente acquise à l'âge de 65 ans.

L'ouvrier qui s'abstiendrait de boire chaque jour une goutte de genièvre, a-t-on dit souvent, peut épargner deux francs par mois et se constituer à 65 ans une pension de retraite très sérieuse (460 francs).

La Caisse de retraite offre donc à un grand nombre de personnes les moyens de se constituer, sans sacrifices exagérés, une pension de retraite suffisante. Aussi, doit-on se féliciter d'avoir vu l'importance des versements effectués à cette Caisse doubler pendant le cours de la période quinquennale 1891-1895, grâce à l'appui du Gouvernement, à la propagande de la Caisse et aussi à l'intervention d'industriels désireux de créer des pensions à leurs ouvriers (1).

Mais étudions de plus près la progression des rentes acquises suivant les âges d'entrée en jouissance.

Voyons, par exemple, la rente acquise à l'âge de 50 ans. Elle est seulement de fr. 51.07, c'est-à-dire quatre fois plus petite que celle qui serait acquise à l'âge de 65 ans.

(1) En 1891, il a été effectué, pour constituer des rentes à capital abandonné, 4306 versements d'une valeur de fr. 264,033.11. En 1895, le nombre de versements était porté à 14,568 et leur valeur à fr. 492,838.91.

Les rentes à capital réservé sont encore plus recherchées. En 1895, il a été effectué 70,618 versements valant fr. 527,223.73.

L'ouvrier qui aura le malheur d'être incapable de travailler à 50 ans, et cela arrive, touchera donc une rente qui récompense bien mal sa prévoyance.

Si l'invalidité survient à 40 ou 45 ans, les rentes obtenues : fr. 21.14 et fr. 32.92, sont manifestement dérisoires.

On ne peut contester qu'il y ait là une situation qui mérite une étude attentive.

Est-il besoin de dire qu'aucune critique ne peut être adressée à l'organisation de la Caisse de retraite établie sous la garantie du gouvernement? Bien au contraire, cette institution mérite la confiance du public, par cela même qu'elle faillirait à ses engagements, en distribuant des rentes plus élevées.

En réalité, le défaut signalé est commun à tous les tarifs de rente viagère différée et provient de ce que ces tarifs n'assurent pas le risque invalidité.

Mais ce risque mérite-t-il d'être pris en considération? Autrement dit, la proportion d'invalides d'âge relativement peu avancé est-elle assez grande pour qu'il y ait lieu d'en tenir compte dans le calcul des rentes?

Une réponse affirmative n'est pas douteuse; nous le montrerons en nous appuyant sur les documents qui ont servi de base à la loi allemande sur l'invalidité et la vieillesse.

Il existe du reste des documents belges qui peuvent servir d'indication à ce sujet; ils concernent, il est vrai, la profession réputée la plus funeste à la santé, celle des ouvriers mineurs.

Consultons les comptes rendus de la Caisse de prévoyance en faveur des ouvriers mineurs de la province de Liège, année 1895.

On y trouve, page 21, l'indication du nombre d'ouvriers invalides pensionnés pendant le courant de l'année 1895, classés selon leurs âges.

Ces renseignements peuvent être groupés de la manière suivante (tableau 1 et 2) :

Tableau 1.

AGE DES INVALIDES AU 1 <sup>er</sup> JANVIER 1896	Nombre de cas d'invalidité survenus dans le courant de l'année, sur 29,297 affiliés	
	Chiffres absolus	En % du nombre d'invalides
30 à 35 ans	3	0,8 %
35 à 40 ans	7	1,8
40 à 45 ans	20	5,2
45 à 50 ans	33	8,6
50 à 55 ans	77	20,1
55 à 60 ans	110	28,6
60 à 65 ans	96	25,0
65 à 70 ans	29	7,5
70 à 75 ans	9	2,4
75 à 80 ans	0	0
80 à 85 ans	0	0
Total . . . . .	384	100,00

Les comptes des Caisses de prévoyance n'étant pas établis en vue de recherches scientifiques, on s'exposerait peut-être à des erreurs en accordant un caractère de grande pré-

Tableau 2.

AGE DES INVALIDES  AU  1 <sup>er</sup> JANVIER 1896	Nombre de cas d'invalidité survenus dans le courant de l'année, sur 29,297 affiliés	
	Chiffres absolus	En % du nombre d'invalides
Moins de 35 ans	3	0,8 %
Moins de 40 ans	10	2,6
Moins de 45 ans	30	7,8
Moins de 50 ans	63	16,4
Moins de 55 ans	140	36,5
Moins de 60 ans	250	65,1
Moins de 65 ans	346	90,1
Moins de 70 ans	375	97,6
Moins de 75 ans	384	100,0

cision aux chiffres contenus dans les deux tableaux précédents.

Il est possible, notamment, que sous la rubrique invalides, soient compris non seulement les invalides du fait de l'usure de l'organisme, mais aussi des ouvriers devenus incapables de travailler à la suite d'accidents plus ou moins anciens.

Ces réserves faites, constatons que le 1/3 des ouvriers mineurs devenus invalides le sont avant 55 ans et les 2/3 avant 60 ans.

16 % d'entre eux seraient même incapables de travailler dès l'âge de 50 ans.

A moins que des travaux de contrôle direct n'infirmen ces chiffres, il est donc incontestable que pour une bonne partie des ouvriers mineurs les tarifs des rentes viagères différées sont peu avantageux.

Si, à défaut de documents belges, on s'en rapporte aux documents qui ont servi à la loi allemande d'assurance contre l'invalidité et la vieillesse, l'importance du risque invalidité devient encore plus apparente, ainsi que nous allons le démontrer.

#### Assurance contre l'invalidité.

La loi allemande d'assurance contre l'invalidité et la vieillesse repose sur la notion suivante :

Parmi un nombre donné d'ouvriers valides d'un âge déterminé, combien deviennent invalides dans le courant de l'année?

Behm a établi cette proportion pour différents âges. Voici, à titre de renseignements, quelques uns des chiffres obtenus par l'auteur allemand.

Sur 100.000 ouvriers âgés de	19 deviennent invalides dans le courant de l'année.
20 ans au 1 <sup>er</sup> janvier,	
. . . . id. . . . 25 . . . . id. . . . 38 . . . . id. . . .	
. . . . id. . . . 30 . . . . id. . . . 76 . . . . id. . . .	
. . . . id. . . . 35 . . . . id. . . . 152 . . . . id. . . .	
. . . . id. . . . 40 . . . . id. . . . 305 . . . . id. . . .	
. . . . id. . . . 45 . . . . id. . . . 609 . . . . id. . . .	
. . . . id. . . . 50 . . . . id. . . . 1218 . . . . id. . . .	
. . . . id. . . . 55 . . . . id. . . . 2437 . . . . id. . . .	
. . . . id. . . . 60 . . . . id. . . . 4873 . . . . id. . . .	
. . . . id. . . . 65 . . . . id. . . . 9747 . . . . id. . . .	

Nous arrêtons ce tableau à l'âge de 65 ans, parce qu'il semble généralement admis comme désirable qu'un ouvrier jouisse d'une pension de retraite à 65 ans, même s'il est encore valide.

La question de savoir combien d'ouvriers âgés de plus de 65 ans deviennent invalides chaque année présente donc peu d'intérêt.

La valeur des chiffres fournis par Behm a été très contestée. Une critique très vive en a été faite dans le journal de l'*Institute of Actuaries* de Londres par Thomas Young.

Dans un mémoire très savant, paru dans la Revue de l'Université de Bruxelles (<sup>1</sup>), M. Louis Maingie renouvelle les mêmes critiques en les développant.

Nous pensons que les chiffres de Behm pourraient être adoptés à titre d'expérimentation.

Il y a lieu d'avoir confiance dans ceux qui indiquent la proportion d'invalides au-dessus de 40 ans, sans cependant leur concéder un caractère de grande précision, et sous la condition de vérifier si la population à laquelle cette table serait appliquée correspond bien à celle sur laquelle a porté la statistique de Behm. Du reste, si cette dernière condition était réalisée, il y aurait encore lieu de remarquer que, en raison du petit nombre de têtes sur lesquelles l'expérience a porté, ces taux d'invalidité ne sont pas exacts à plus de 1 % près.

Quant aux taux d'invalidité parmi les ouvriers âgés de moins de 40 ans, on ne peut leur attribuer une signification pratique.

On s'en rendra compte par les éléments suivants, reproduits d'après la publication de l'Office du Travail belge concernant la loi allemande d'assurance contre l'invalidité et la vieillesse (p. 158).

---

(<sup>1</sup>) Critique mathématique de la loi allemande du 22 juin 1889, par Louis Maingie, docteur en sciences physiques et mathématiques.

L'expérience des caisses de pension des syndicats professionnels avait fourni les chiffres suivants :

Nombre de valides âgés de 20 ans. Invalides dans le courant de l'année.

20 ans, $A_{20} = 452$	$J_{20} = 0$
25 ans, $A_{25} = 1309$	$J_{25} = 1$
30 ans, $A_{30} = 2511$	$J_{30} = 0$
35 ans, $A_{35} = 2744$	$J_{35} = 4$

Ces invalides, dénombrés par Behm, comprenaient, d'après le mémoire mathématique annexé à l'exposé des motifs de la loi allemande, tous les cas d'invalidité, même ceux résultant d'accidents et il a été admis que 87 % de ces cas étaient dus à l'invalidité proprement dite.

Mais si on peut appliquer pareil coefficient de réduction à des nombres assez importants, il est tout à fait imprudent d'en tenir compte lorsqu'il s'agit des quelques têtes d'invalides observées de 20 à 35 ans. Il aurait fallu déterminer combien, parmi ces invalides jeunes, il y avait réellement de victimes d'accidents, car, *a priori*, on peut s'étonner de trouver à cet âge des ouvriers invalides par l'usure de l'organisme.

Quoi qu'il en soit, s'il y a des erreurs dans la table de Behm, tout porte à croire qu'elles tendent à indiquer des nombres d'invalides supérieurs aux nombres réels. Rien ne s'oppose donc à ce que la table de Behm soit admise comme base d'une expérimentation.

Ces prémisses posées, cherchons à établir des tarifs d'assurance contre l'invalidité semblables aux tarifs de rentes viagères différées, afin de comparer les avantages et les désavantages de chacun de ces systèmes.

Le premier point par lequel l'assurance contre l'invalidité diffère de l'assurance de rentes viagères différées, c'est que les cotisations cessent d'être versées par les affiliés dès qu'ils sont invalides.

La décroissance du nombre des affiliés n'est donc plus marquée par la table de mortalité, mais bien par la table des survivants en état de validité.

Pour établir cette dernière table, il faut d'abord adopter une table de mortalité aux valides, celle de Quételet par exemple; ensuite, on doit connaître la mortalité spéciale aux invalides.

En Allemagne, on a admis que cette dernière mortalité est excessivement rapide, et on a estimé très bas la valeur des capitaux constitutifs des rentes viagères reposant sur les invalides. Ici, nous n'imitons pas cet exemple, et, désireux de nous en tenir autant que possible à des documents d'origine belge, nous avons supposé que la mortalité des invalides est la même que celle de la population générale.

En adoptant cette supposition on exagère du reste les charges probables de l'assureur.

La décroissance du nombre des affiliés en état de validité, s'établit par des formules assez compliquées qui sont exposées dans la note B. Nous nous bornerons à reproduire ici quelques chiffres destinés à éclairer le lecteur.

	Survivants d'après la table de Quetelet.	Survivants en état de validité d'après la table de Quetelet, combinée avec la table de Behm <sup>(1)</sup> .
à 20 ans,	635	635
à 25 ans,	604	603
à 30 ans,	573	571
à 35 ans,	543	538
à 40 ans,	511	501
à 45 ans,	476	457
à 50 ans,	440	406
à 55 ans,	397	337
à 60 ans,	345	247
à 65 ans,	284	144

(1) Nous avons supposé que la table de Behm commençait à 20 ans, négligeant ainsi les valeurs très incertaines correspondantes à des âges inférieurs.

Ce tableau montre clairement que la décroissance des affiliés en état de validité et, par suite, capables de verser des cotisations, est bien plus rapide que la décroissance indiquée par la table de mortalité, décroissance admise dans le calcul des rentes viagères différées.

Ainsi, sur 635 affiliés à l'âge de 20 ans, il restera seulement, à l'âge de 65 ans, 144 affiliés à une caisse d'assurance contre l'invalidité, tandis qu'il y aurait encore 284 affiliés à une caisse d'assurance en cas de vie, soit le double.

Cette constatation suffit à démontrer ce que nous avançons plus haut, à savoir qu'il est indispensable de calculer les tarifs des pensions de retraite de manière à tenir compte du risque invalidité.

#### *Tarifs d'assurance contre l'invalidité.*

Les tarifs d'assurance contre l'invalidité se prêtent aux mêmes combinaisons que les tarifs d'assurance sur la vie.

L'analogie entre ces systèmes d'assurance consiste en ce que l'événement qui détermine le paiement des sommes assurées est l'invalidité dans un cas, tandis que dans l'autre cas, c'est la mort.

Il est désirable que les pensions de retraite soient d'autant plus élevées que le nombre d'années de cotisations a été plus grand : telle est la considération qui a guidé nos essais de calcul de tarifs.

Ces derniers peuvent être établis de manière à obtenir n'importe quelle combinaison de rentes croissantes selon les âges où l'invalidité survient.

Mais quelles seront les combinaisons désirables? Faut-il que la rente après 40 années de cotisation soit double de celle qui est acquise après 20 années ou bien une autre progression est-elle à recommander?

Faut-il admettre que la rente sera composée d'une partie fixe et d'une autre partie proportionnelle au nombre de versements? N'y aurait-il pas lieu de fixer jusqu'à un certain âge un minimum de rente en dessous duquel il conviendrait de ne pas descendre?

Sur ces questions et beaucoup d'autres analogues les avis sont très partagés.

Afin d'éviter que nos essais de tarifs ne soient basés sur des hypothèses discutables, nous avons établi trois tarifs dont la combinaison permet d'obtenir n'importe quelle progression de rentes croissantes selon les âges d'invalidité.

Le premier est un tarif d'assurance d'une rente constante, quel que soit l'âge où l'invalidité survient (tarif B).

Le second est un tarif d'assurance de rentes en cas de validité à l'âge de 65 ans (tarif C).

Enfin, le troisième est un tarif d'assurance de rentes croissantes selon l'âge où survient l'invalidité, tarif déterminé de manière à permettre sa combinaison avec les deux tarifs précédents, en vue d'établir n'importe quel tarif de rentes croissantes. Dans ces trois tarifs, les rentes accordées dépendent toujours de l'âge au moment du premier versement.

#### *Assurance de rentes constantes (tarif B).*

Nous avons admis que l'assurance contre l'invalidité doit cesser à 65 ans; dans ce cas, l'assurance est temporaire, c'est-à-dire qu'elle ne couvre le risque invalidité que pour un temps, celui qui s'écoule entre l'âge au premier versement et l'âge de 65 ans.

L'assurance d'une rente constante consiste alors à garantir à l'assuré, si l'invalidité survient avant 65 ans, une rente qui sera toujours la même, quel que soit l'âge où l'in-

validité surviendra, mais dont la valeur dépend de l'âge de l'assuré au premier versement.

Le mécanisme de cette assurance peut s'expliquer par un exemple.

Supposons groupées un grand nombre de personnes de même âge, par exemple, 2470 personnes âgées de 60 ans.

Admettons que ces 2470 personnes se soient engagées à payer tous les mois, et au plus tard jusqu'à 65 ans; une cotisation de 1 franc, sous condition que l'assureur serve à chacune d'elles la même rente à partir du moment où elles deviendront invalides, pourvu que cette invalidité survienne avant 65 ans.

Les cas d'invalidité parmi ces 2470 personnes se produiront à toute époque pendant les 5 années qui sont à courir avant le terme de l'assurance. Mais, pour la simplicité, on pourra supposer que tous les cas se produisent au milieu de chaque année de la manière suivante :

Au milieu de la 1 <sup>re</sup> année d'assurance	.	.	118	invalides
id.	2 <sup>e</sup>	id.	125	id.
id.	3 <sup>e</sup>	id.	130	id.
id.	4 <sup>e</sup>	id.	134	id.
id.	5 <sup>e</sup>	id.	137	id.
En tout			644 invalides.	

L'assureur partagera entre ces 644 invalides les cotisations des affiliés, augmentées des intérêts composés et ce partage s'effectuera, d'après l'époque où l'invalidité survient, de manière à affecter en réserve pour chacun le capital constitutif d'une même rente.

Dans le cas particulier qui nous occupe, ce partage aura pour résultat de donner à chaque affilié une rente annuelle d'invalidité de 18 fr. 66.

Le mécanisme que nous venons d'expliquer caractérise

l'assurance scientifique; il est semblable à celui que nous avons exposé à propos des rentes viagères différées: les personnes soumises au même risque (de même âge) sont associées, à l'exclusion de toutes autres, et les capitaux constitutifs de rentes (réserves techniques) sont constitués en garantie des engagements de l'assureur.

On trouvera dans la note B l'exposé mathématique de la détermination d'un tarif de rentes constantes. Il suffira d'en donner ici l'extrait ci-après:

### TARIF B

AGE au premier versement.	Rente d'invalidité acquise à l'aide de versements mensuels ininterrompus de 1 franc, quel que soit l'âge où survient l'invalidité	Versements mensuels donnant droit à une rente d'invalidité de 100 francs, quel que soit l'âge où survient l'invalidité
20 ans	173,57	0,5761
25 ans	135,686	0,7370
30 ans	105,161	0,9509
35 ans	80,659	1,2398
40 ans	61,213	1,6336
45 ans	45,997	2,1741
50 ans	34,233	2,9212
55 ans	25,270	3,9573
60 ans	18,666	5,3573

#### *Tarif d'assurance en cas de validité à l'âge de 65 ans.*

L'assurance en cas de validité à 65 ans consiste à garantir une rente déterminée à tous les affiliés qui atteignent l'âge de 65 ans avant d'avoir été invalides.

C'est la rente de vieillesse telle qu'elle est entendue dans la loi allemande.

Le mécanisme de cette assurance est en tout semblable à la constitution des rentes viagères.

Supposons groupées un grand nombre de personnes de même âge, par exemple 6350 personnes âgées de 20 ans.

Admettons que ces 6350 personnes s'engagent à verser une cotisation de 1 franc par mois, aussi longtemps qu'elles seront valides et au plus tard jusque 65 ans.

A l'expiration de cet engagement le groupe d'affiliés ne comprendra plus que 1440 personnes valides.

L'assureur partagera également entre ces 1440 personnes les cotisations perçues, augmentées de leurs intérêts composés et chacune des parts servira à constituer des rentes viagères immédiates au profit de ces 144 personnes valides.

Dans le cas particulier qui nous occupe, cette opération conduira à attribuer à chaque valide survivant une rente de 440 fr. 21.

On trouvera dans la note C annexée au présent mémoire, l'exposé de la méthode mathématique à employer pour déterminer un tarif d'assurance en cas de validité, et qui a servi à établir le tarif C ci-contre :

*Assurance en cas de validité à l'âge de 65 ans***TARIF C**

AGE au premier versement	Rente annuelle acquise à l'âge de 65 ans en effectuant des versements mensuels ininterrompus de 1 franc	Versements mensuels donnant droit à une rente de 100 francs en cas de validité à l'âge de 65 ans
20 ans	440,21	0,2272
25 ans	337,82	0,2960
30 ans	254,13	0,3935
35 ans	185,89	0,3580
40 ans	130,72	0,7650
45 ans	86,69	1,1522
50 ans	52,62	1,9004
55 ans	33,00	3,0303
60 ans	9,96	10,0402

*Tarif de rentes d'invalidité croissantes. Tarif D.*

Ce tarif a été établi uniquement en vue d'être combiné avec les deux tarifs précédents. Isolément, il ne pourrait être appliqué que dans quelques cas spéciaux.

La note mathématique D expose d'une façon générale la méthode suivie pour établir ce tarif; nous nous bornerons ici à en expliquer le mécanisme d'après un cas particulier.

Supposons un groupe de personnes de même âge, par exemple, 6350 personnes âgées de 20 ans, et admettons

que les obligations réciproques de ces personnes et d'un assureur soient les suivantes :

1° Les 6350 personnes verseront une cotisation mensuelle de 1 franc, aussi longtemps qu'elles seront valides et au plus tard jusqu'à l'âge de 65 ans.

2° L'assureur, d'autre part, n'accorde aucune rente aux assurés qui deviendraient incapables de travailler avant l'âge de 60 ans, mais, pour tout cas d'invalidité survenu entre 60 et 65 ans, il paiera des rentes d'invalidité proportionnelles au nombre d'années de versements, comptées à partir de 60 ans.

Les cas d'invalidité qui surviendront à partir de la 6<sup>e</sup> année, seront repartis comme suit :

au milieu de la 61 <sup>e</sup> année d'âge des affiliés			118 invalides
"	62 <sup>e</sup>	"	"
"	63 <sup>e</sup>	"	"
"	64 <sup>e</sup>	"	"
"	65 <sup>e</sup>	"	"
			137
		En tout.	644 invalides.

L'assureur partagera donc, entre ces 644 invalides, toutes les cotisations perçues, augmentées de leurs intérêts composés, et cela, de manière que la rente accordée à l'invalidé âgé de 65 ans soit 5 fois plus forte que celle donnée à l'invalidé âgé de 61 ans.

Dans le cas particulier qui nous occupe, ce partage conduirait à donner 1691 fr. 03 de rente à l'invalidé âgé de 65 ans.

Telle est la nature des opérations prévues aux tarifs D et D' ci-après.

**TARIF D** des rentes d'invalidité croissant proportionnellement au nombre d'années de versements comptées à partir d'une année déterminée.  
 Valeur des rentes annuelles acquises à 65 ans par des versements ininterrompus de 1 franc.

AGE AU 1 <sup>er</sup> VERSEMENT	AGE A PARTIR DUQUEL LA RENTE D'INVALIDITÉ EST ACCORDÉE								
	20 ans	25 ans	30 ans	35 ans	40 ans	45 ans	50 ans	55 ans	60 ans
20 ans	252.59	267.40	287.60	316.39	359.39	428.84	553.76	823.10	1691.03
25 ans		205.22	220.67	242.76	275.82	329.12	424.95	631.79	1298.76
30 ans			166.04	148.50	207.49	247.60	319.68	475.28	976.42
35 ans				133.58	151.76	181.10	233.81	347.60	714.25
40 ans					106.73	127.34	164.43	244.44	502.35
45 ans						84.55	109.17	162.30	333.47
50 ans							66.19	98.40	202.21
55 ans								50.89	104.58
60 ans									38.26

**TARIF D' — Versements mensuels donnant droit à une rente de 100 francs à l'âge de 65 ans, en supposant que les rentes d'invalidité soient accordées à partir d'un âge déterminé et soient proportionnelles au nombre d'années de versements comptées à partir de cet âge.**

AGE AU 1 <sup>er</sup> VERSEMENT	AGE A PARTIR DUQUEL LA RENTE D'INVALIDITÉ EST ACCORDÉE								
	20 ans	25 ans	30 ans	35 ans	40 ans	45 ans	50 ans	55 ans	60 ans
20 ans	0.3959	0.3740	0.3477	0.3161	0.2782	0.2332	0.1806	0.1215	0.0591
25 ans		0.4873	0.4532	0.4119	0.3626	0.3038	0.2353	0.1582	0.0770
30 ans			0.6023	0.6734	0.4820	0.4039	0.3128	0.2104	0.1024
35 ans				0.7486	0.6589	0.5522	0.4277	0.2877	0.1400
40 ans					0.9369	0.7853	0.6082	0.4091	0.1991
45 ans						1.1827	0.9160	0.6161	0.2999
50 ans							1.5108	1.0163	0.4945
55 ans								1.9650	0.9562
60 ans									2.6137

\*  
\* \***Exemples d'application des tarifs B, C et D.****PREMIER EXEMPLE.**

Déterminons quelles seront les pensions auxquelles donnent droit des versements mensuels ininterrompus de 1 franc, en supposant que les conditions suivantes soient remplies :

1° La rente accordée aux invalides âgés de 20 à 45 ans sera la même quel que soit l'âge.

2° A partir de 45 ans, les rentes accordées en cas d'invalidité iront en croissant régulièrement de telle manière que la rente accordée aux invalides de 65 ans soit de 50 % supérieure à celle qui sera accordée aux invalides de 45 ans.

3° Les assurés valides âgés de 65 ans toucheront la même rente que les invalides du même âge.

Nous examinerons uniquement le cas d'un affilié effectuant son premier versement à l'âge de 20 ans.

Si, pour fixer les idées, on admet que la rente d'invalidité doit être de 360 francs par an, en cas d'invalidité survenue à l'âge de 20 ans, la progression des pensions de retraite sera la suivante :

A 20 ans . . . . .	360 francs
” 25 ” . . . . .	360 ”
” 30 ” . . . . .	360 ”
” 35 ” . . . . .	360 ”
” 40 ” . . . . .	360 ”
” 45 ” . . . . .	360 ”
” 50 ” . . . . .	405 ”
” 55 ” . . . . .	450 ”
” 60 ” . . . . .	495 ”
” 65 ” . . . . .	540 ”

Recherchons d'abord quel est le montant de la cotisation mensuelle donnant droit à ces diverses rentes, au cas où l'âge au premier versement serait 20 ans.

A cet effet remarquons que les rentes indiquées seront obtenues :

1° Si l'on assure des rentes constantes de 360 francs à tous les âges conformément au tarif B.

2° Si l'on assure des rentes croissantes prenant cours à partir de 45 ans seulement et atteignant 180 francs par an à l'âge de 65 ans ( $360 + 180 = 540$ ) conformément au tarif D.

3° Si l'on assure des rentes de 540 francs en cas de validité à l'âge de 65 ans, conformément au tarif C.

La cotisation annuelle recherchée sera :

$$\frac{360}{100} \times 0,5761 + \frac{180}{100} \times 0,2332 + \frac{540}{100} 0,2272 = 3 \text{ fr. } 7206.$$

Connaissant la valeur de cette cotisation mensuelle, on obtiendra facilement la valeur des rentes acquises aux différents âges, lorsque la cotisation est de 1 franc par mois. Ces valeurs sont inscrites dans la première colonne du tarif E ci-après, dont la deuxième colonne contient, en regard, les valeurs des rentes correspondantes accordées actuellement par la Caisse de retraite sous la garantie du Gouvernement.

## TARIF E

AGE d'entrée en jouissance	Rentes annuelles auxquelles donnent droit des versements mensuels ininterrompus de 1 franc effectués dès l'âge de 20 ans	
	Combinaison des tarifs B, C et D	Caisse de Retraite. (Rentes viagères différées à capital abandonné)
20 ans	96,76	0
25 ans	96,76	3,13
30 ans	96,76	7,32
35 ans	96,76	13,06
40 ans	96,76	21,14
45 ans	96,76	32,92
50 ans	108,85	51,07
55 ans	120,95	80,43
60 ans	133,04	131,80
65 ans	145,14	230,89

## DEUXIÈME EXEMPLE

Déterminons quelles seront les pensions auxquelles donnent droit des versements mensuels ininterrompus de 1 franc, en supposant que les deux conditions ci-après soient remplies :

1° La rente accordée aux invalides croîtra régulièrement depuis l'âge de 20 ans jusqu'à l'âge de 65 ans, en sorte que la rente accordée à 65 ans soit double de celle qui sera accordée à 20 ans.

2° Les assurés valides âgés de 65 ans toucheront la même rente que les invalides de même âge.

Ici encore nous examinerons uniquement le cas d'un affilié opérant son premier versement à l'âge de 20 ans.

Si, pour fixer les idées, on admet que la rente d'invalidité soit de 450 francs à 20 ans, la progression des pensions de retraite sera la suivante :

à 20 ans . . . . .	450 francs
à 25 ans . . . . .	500 "
à 30 ans . . . . .	550 "
à 35 ans . . . . .	600 "
à 40 ans . . . . .	650 "
à 45 ans . . . . .	700 "
à 50 ans . . . . .	750 "
à 55 ans . . . . .	800 "
à 60 ans . . . . .	850 "
à 65 ans . . . . .	900 "

Recherchons le montant de la cotisation mensuelle donnant droit à ces diverses rentes.

A cet effet, remarquons que les rentes indiquées seront obtenues :

1° Si l'on assure des rentes constantes de 450 francs à tous les âges, conformément au tarif B.

2° Si l'on assure des rentes croissantes prenant cours à partir de 20 ans et atteignant 450 francs à l'âge de 65 ans, [450 + 450 = 900] conformément au tarif D.

3° Si l'on assure une rente de 900 francs en cas de validité à l'âge de 65 ans, conformément au tarif C.

La cotisation mensuelle recherchée sera donc

$$\frac{450}{100} \times 0,5761 + \frac{450}{100} \times 0,3959 + \frac{90}{100} 0,2272 = 6 \text{ fr. } 4188.$$

Connaissant la valeur de la cotisation mensuelle donnant droit aux rentes indiquées ci-dessus, on obtient, par division, la valeur des rentes acquises aux différents âges, lorsque la cotisation est de 1 franc par mois.

Ces valeurs sont inscrites dans la première colonne du tarif F ci-après, dont la deuxième colonne contient, en regard, les valeurs des rentes correspondantes actuellement accordées par la Caisse de retraite sous la garantie du Gouvernement.

### TARIF F

AGE d'entrée en jouissance	Rentes annuelles auxquelles donnent droit des versements mensuels ininterrompus de 1 franc effectués depuis l'âge de 20 ans	
	Combinaison des 3 tarifs B, C et D	Caisse de Retraite. (Rentes viagères différées à capital abandonné)
20 ans	70,11	0
25 ans	77,90	3,13
30 ans	85,69	7,32
35 ans	93,47	13,06
40 ans	101,26	21,14
45 ans	109,05	32,92
50 ans	116,84	51,07
55 ans	124,63	80,43
60 ans	132,42	131,80
65 ans	140,21	230,89

## CONCLUSIONS

Bien que les chiffres indiqués dans les tarifs E et F correspondent à des hypothèses spéciales, on peut cependant conclure qu'il sera toujours possible d'établir des tarifs d'assurance contre l'invalidité, bien plus favorables aux ouvriers atteints d'invalidité prématurée, que ne le sont les tarifs des rentes viagères différées.

Cet avantage de l'assurance contre l'invalidité se fait sentir dans les deux combinaisons que nous avons indiquées, à titre d'exemple, jusque l'âge de 60 ans, mais il est compensé largement par la faiblesse des rentes accordées aux ouvriers assurés qui atteignent 65 ans.

Alors que la Caisse de retraite sous la garantie du Gouvernement accorde à ces derniers une rente de fr. 230.89, il leur serait attribué, seulement fr. 145.14, selon le tarif E et fr. 140.21, selon le tarif F.

Pareil résultat était à prévoir; il est évident que si, moyennant cotisations égales, un organisme financier distribuait à un certain nombre d'invalides jeunes des rentes plus élevées que celles accordées par notre Caisse de retraite, ce résultat ne pourrait être acquis qu'à la condition de prélever une part sur les rentes accordées aux assurés plus âgés.

Néanmoins, il semble que les avantages concédés aux assurés soient plus immédiats lorsqu'on tient compte du risque invalidité, et mieux à même d'être appréciés par la classe ouvrière.

Il est à regretter que l'insuffisance de données certaines, relatives aux taux d'invalidité, ait empêché l'initiative privée de tenter des opérations de ce genre.

*(Les notes mathématiques seront insérées dans le prochain numéro.)*

---