Anthropologie et Préhistoire, 100, 1989, 123–128

Modèles structurels dans l'analyse de la courbe de croissance individuelle

Roland HAUSPIE

INTRODUCTION

La croissance peut être définie comme le processus de changement des dimensions corporelles au cours du temps. Ce phénomène est généralement étudié en prenant du même individu des mesures séquentielles à des intervalles réguliers (données longitudinales) et en utilisant des techniques d'analyse permettant d'estimer le processus continu sous-jacent (van der Linden, Hirschfeld et Miller, 1970). Plusieurs modèles mathématiques ont été proposés pour atteindre ce but (Goldstein, 1979; Preece et Heinrich, 1981). Le succès de ces ajustements de modèles mathématiques dépend de plusieurs facteurs, à savoir, la nature du caractère étudié (taille, poids, etc...), la précision des mesures, la fréquence et l'étendue des observations, la capacité du modèle pour décrire une partie ou l'ensemble de la courbe de croissance, la flexibilité du modèle pour ajuster toutes les variations inhérentes aux courbes de croissance individuelle.

L'ajustement d'un modèle mathématique consiste essentiellement à décrire et à résumer la courbe de croissance en un nombre limité de paramètres ou constantes, qui caractérisent le processus de croissance (Marubini, 1978a) et qui ont la même signification pour tous les individus. Ces paramètres permettent alors une comparaison directe et facile entre individus ou entre groupes d'individus et fournissent également une base d'étude pour des analyses ultérieures de la croissance (Berkey, 1982). Dans un certain nombre de cas il est aussi possible d'attribuer une interprétation "biologique" ou au moins "fonctionnelle" à ces paramètres (Hauspie, 1986). Le but de cette contribution est de discuter brièvement les mérites et les limitations d'un certain nombre de modèles de croissance, dits structurels.

MODELES STRUCTURELS

Le terme "modèle structurel" (versus "modèle non-structurel") fut introduit par Bock et Thissen (1980) pour désigner ces modèles qui postulent préalablement une forme particulière de la courbe de croissance. Les modèles structurels sont basés sur l'idée que la courbe de croissance a une forme fonctionnelle à laquelle une interprétation "biologique" peut être attribuée. Quoique les modèles structurels caractérisent le processus de croissance en termes de paramètres fonctionnellement interprétables, ils ont parfois, par la nature de leur fonction mathématique, le désavantage de ne pas pouvoir décrire certains phénomènes de la croissance, tels que le pic prépubertaire, par exemple, dans le modèle Preece Baines. Il se peut également que l'étude des relations (corrélations) entre certaines caractéristiques de la courbe de croissance soit biaisée en imposant une "allure trop rigide" sur la courbe de croissance (Goldstein, 1979, 1984, 1986). La plupart des modèles structurels sont non-linéaires par leurs constantes. La courbe de vitesse de croissance instantanée peut être facilement obtenue en calculant la première dérivée de la fonction mathématique.

Enfance

Jenss et Bayley (1937) ont proposé un modèle non-linéaire qui fournit une description satisfaisante de la croissance de la naissance à l'âge de 8 ans :

Jenss :

$$y = a + bt - e^{c+dt},$$

où $y =$ dimension de la mesure en question, $t =$ âge, et a, b, c, d les paramètres. Ce modèle est composé d'une partie linéaire $(a + bt)$ dans laquelle le paramètre b détermine la vitesse de croissance infantile et d'une partie exponentielle (e^{c+dt}), caractérisant la décélération de la vitesse de croissance après la naissance (Marubini et Milani, 1986). La courbe de Jenss a été appliquée avec succès par Deming et Washburn (1963), Manwani et Agarwal (1973) et Berkey (1982).

Le modèle de Count (Count, 1942, 1943), qui est linéaire dans ses paramètres, décrit la croissance de la naissance à 7 ans :

Count :

$$y = a + bt + clog(t),$$

où $y =$ dimension de la mesure, $t =$ âge, et a, b, c sont les paramètres. A nouveau, le paramètre b détermine la vitesse de croissance préscolaire, qui devient typiquement linéaire, tandis que le paramètre c est responsable de la croissance rapide dans les premiers mois postnataux (Berkey, 1982). Berkey a comparé l'efficacité, la précision et la qualité d'ajustement des modèles de Count et de Jenss et conclut que le modèle de Jenss ajuste mieux les données de croissance, particulièrement en-dessous d'un an.

Berkey et Reed (1987) ont considérablement amélioré la flexibilité du modèle de Count en ajoutant un ou plusieurs "termes de décélération" :

Reed 1[er] ordre :

$$y = a + bt + cln(t) + \frac{d}{t}$$

Reed 2[ème] ordre :

$$y = a + bt + cln(t) + \frac{d_1}{t} + \frac{d_2}{t^2}$$

où y = dimension de la mesure, t = âge, et respectivement a, b, c, d et a, b, c, d_1, d_2 les paramètres. Les modèles de Reed peuvent accommoder un ou plusieurs points d'inflexion (dépendant du nombre de termes réciproques), permettant ainsi de décrire une ou plusieurs périodes d'accélération de croissance et, par conséquent, de décrire une plus grande variation de courbes de croissance normale aussi bien qu'anormale. Pourtant, si les données comprennent des mesures prises à la naissance (âge zéro), ce modèle est inappliquable (puisque ln(0) et 1/0 ne sont pas définis) et on est amené à choisir une échelle de temps alternative. Le même problème se pose d'ailleurs avec le modèle de Count. Berkey et Reed (1987) ont proposé la transformation suivante de l'âge : t = (nombre de mois depuis la naissance + 9)/9, dans laquelle $t = 0$ est l'âge à la conception et $t = 1$ est l'âge à la naissance. Ces auteurs suggèrent de continuer à rechercher la transformation optimale de l'âge. Ils ont également démontré que le modèle Reed du 2ème ordre donne des ajustements qui sont significativement meilleurs que le modèle de Jenss. De plus, comme les modèles de Reed sont linéaires dans leurs constantes, ils peuvent être ajustés par des techniques statistiques plus simples que le modèle non-linéaire de Jenss et ils sont aussi aptes à être appliqués dans les méthodes de Goldstein (1986), permettant de tester l'effet de covariables sur la croissance, telles que des variables génétiques ou mésologiques.

Période pubertaire

Le modèle logistique et le modèle de Gompertz ont une forme sigmoïde et ont été appliqués abondamment pour analyser la croissance pubertaire. Ces modèles sont dérivés du modèle logistique généralisé (Richards, 1959; von Bertalanffy, 1941, 1957, 1960; Nelder 1961, 1962), dont la forme de l'équation différentielle est donnée par :

logistique généralisée :

$$\frac{dy}{dt} = \frac{yb}{(1-m)}\left[\left(\frac{K}{y}\right)^{1-m} - 1\right]$$

qui s'intègre :

$$y = K\left[1 + ce^{-bt}\right]^{1/(1-m)}$$

pour $m > 1$.

Pour $m > 1$, cette courbe, en forme de S avec asymptote inférieure et supérieure, respectivement égale à zéro et K, a un seul point d'inflexion. Le paramètre b est une "constante de vitesse", déterminant l'étendue de la courbe le long de l'axe de temps, tandis que le paramètre c est une constante d'intégration, dont la grandeur est généralement sans importance, puisqu'elle ne reflète que le choix du point zéro de l'axe de temps (Richards, 1959). La constante m détermine la proportion de la dimension finale (K) à laquelle se situe le point d'inflexion $(y_I) : y_I = m^{1/(1-m)}$. Pour que le modèle soit ajustable aux données de croissance pubertaire, l'asymptote inférieure est différente de zéro par l'addition d'une constante P à la fonction.

Pour $m = 2$, la fonction logistique généralisée se réduit à la fonction autocatalytique ou logistique, qui, après reparamétrisation, s'écrit sous la forme suivante (Nair, 1964) :

logistique :

$$y = P + \frac{K}{1 + e^{a-bt}},$$

où y = dimension de la mesure, t = âge, et avec P, K et b comme décrit ci-dessus, et a = constante d'intégration. Dans le modèle logistique, la vitesse de croissance relative (vitesse de croissance divisée par la dimension) diminue de façon linéaire avec la dimension. Or, la courbe est symétrique autour de son point d'inflexion $y_I = P + K/2$ à $t_I = a/b$ avec la vitesse de croissance maximale donnée par $bK/4$.

Pour $m = 1$, le modèle logistique généralisé est indéfini, mais Richards (1959) a démontré que pour $m \rightarrow 1$, le modèle s'approche du modèle de Gompertz, dans lequel la vitesse de croissance relative diminue de façon exponentielle avec la dimension :

Gompertz :

$$y = P + Ke^{-e^{a-bt}}$$

où y = dimension de la mesure et t = âge. Le modèle de Gompertz est asymétrique autour de son point d'inflexion $y_I = P + K/e \approx P + 0.37K$ (puisque

$\lim_{m \to 1}(m^{1/(1-m)}) = 1/e$) à $t_I = a/b$ avec la vitesse de croissance maximale donnée par bK/e.

Dans le modèle logistique ainsi que dans le modèle de Gompertz, il existe donc une relation fonctionnelle entre le point d'inflexion et la croissance pubertaire totale, c'est-à-dire que, dans la courbe ajustée, le point d'inflexion (l'âge du pic de croissance pubertaire) se situe au point où respectivement 50 % et 37 % de la croissance pubertaire totale sont atteints. Pourtant l'analyse empirique de données de croissance longitudinales par des moyens graphiques indique que la vitesse de croissance maximale est, en moyenne, atteinte quand à peu près 40 % (de 35-45 %) de la croissance pubertaire sont réalisés (Goldstein, 1979). Pour une discussion plus exhaustive des propriétés du modèle de Gompertz, on peut se référer aux publications de Merrell (1931), Deming (1957), Richards (1959), Nelder (1961, 1962), Nair (1964), Preece (1978), Goldstein (1979), Lebreton et Millier (1982) et Marubini et Milani (1986).

Les modèles logistique et de Gompertz furent utilisés pour ajuster les données de croissance pubertaire de plusieurs dimensions corporelles (Marubini *et al.*, 1972; Deming, 1957; Hauspie, 1981; Tanner, Whitehouse, Marubini et Resele, 1976). Dans une étude longitudinale de 35 filles belges, Hauspie *et al.* (1980) ont démontré que la variance résiduelle obtenue par l'ajustement du modèle logistique (0.45 cm^2) est significativement inférieure à celle obtenue par le modèle de Gompertz (0.61 cm^2) ($P < 0.05$) (Wilcoxon's signed rank test).

Un désavantage majeur des modèles logistique et de Gompertz est que la limite inférieure de l'étendue des données à ajuster est à déterminer arbitrairement pour chaque individu séparément. Marubini *et al.* (1972) ont suggéré d'estimer cette limite inférieure comme l'âge de vitesse prépubertaire minimale, obtenu par l'inspection d'un graphique des accroissements annuels en fonction de l'âge, mais, comme Goldstein (1979) l'indique, cette procédure revient en quelque sorte à l'estimation d'un paramètre supplémentaire. Par ailleurs, cette procédure se révèle parfois difficile à réaliser en pratique et peut résulter en une décision subjective. Néanmoins, selon Marubini (1978b), des erreurs de l'ordre d'une année dans l'estimation de la limite inférieure de l'étendue des données ne devraient pas biaiser significativement l'estimation de paramètres, tels que l'âge de la vitesse maximale, ou la vitesse maximale, dérivées de l'ajustement de ces modèles. Des observations similaires ont été faites par Marubini *et al.* (1971) et Hauspie (1981).

Période de l'enfance à l'âge adulte

Thissen *et al.* (1976) ont développé un modèle qui couvre la période de croissance de l'enfance jusqu'à l'âge adulte et qui en même temps évite les problèmes d'estimation du début de la période pubertaire propres aux modèles logistique et de Gompertz. Ces auteurs ont testé quatre modèles différents qui sont chacun des combinaisons de deux modèles (logistique et Gompertz). Ils ont trouvé que l'addition linéaire de deux composantes logistiques, fonction double-logistique, était meilleure que les trois autres combinaisons possibles (Bock *et al.*, 1973) :

double-logistique :

$$y = \frac{a_1}{1 + e^{-b_1(t-c_1)}} + \frac{f - a_1}{1 + e^{-b_2(t-c_2)}}$$

où y = dimension de la mesure, t = âge, et $a_1, b_1, c_1, b_2, c_2, f$ sont les paramètres. Ce modèle à 6 paramètres peut être réduit à 5 paramètres si la dimension adulte, estimée par le paramètre f, est dérivée des données et non pas estimée par des méthodes des moindres carrés comme les autres paramètres. Quoique la variance résiduelle ait tendance à être supérieure au carré de l'erreur de mesure (El Lozy, 1978; Bock *et al.*, 1973) et que les ajustements souffrent d'un biais systématique, ce modèle double-logistique donne une description raisonnable de la courbe de croissance (taille en fonction de l'âge, par exemple). Particulièrement l'âge du début de la croissance pubertaire est sous-estimé par le modèle double-logistique (El Lozy, 1978). Hauspie *et al.* (1980) ont également démontré que le modèle double-logistique est relativement sensible aux variations de la limite inférieure de l'étendue des données. En particulier, si les données de croissance n'incluent pas d'observations en-dessous de 3 à 5 ans, les ajustements peuvent être erronés.

Plus tard, Bock et Thissen (1980) ont développé le modèle triple-logistique (avec 9 paramètres) qui est basé sur le concept que la dimension finale (taille adulte, par exemple) est la somme de trois processus, chacun d'entre eux étant représenté par une fonction logistique (voir aussi Bock, 1986) :

triple-logistique :

$$y = a_1 \left[\frac{1-p}{1 + e^{-b_1(t-c_1)}} + \frac{p}{1 + e^{-b_2(t-c_2)}} \right] + \frac{a_2}{1 + e^{-b_3(t-c_3)}}$$

où y = dimension de la mesure, t = âge, et $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, b_3, c_3, p$ sont les paramètres.

Le modèle triple-logistique, ayant 9 paramètres à estimer, exige des séries de données de croissance individuelle importantes pour que ces paramètres puissent être estimés avec une précision raisonnable. Par contre, ce modèle permet de décrire le pic de croissance prépubertaire. Cependant, le modèle impose une relation fonctionnelle entre les âges des pics de croissance prépubertaire et pubertaire, tandis que l'analyse de données longitudinales par d'autres approches (non-structurelles) ont démontré que ces deux phénomènes apparaissent assez indépendamment dans le temps. En effet, dans le modèle triple-logistique, les pics de croissance prépubertaire et pubertaire sont forcés de se suivre en succession immédiate, alors qu'une période de latence (plus accentuée chez les garçons que chez les filles) entre ces deux caractéristiques de la courbe de croissance semble se manifester en réalité (Gasser *et al.*, 1985). Bock et Thissen (1980) ont postulé une interprétation physiologique de leur modèle : la première composante, début de l'enfance, serait associée à un déclin de la fonction surrénale foetale, la deuxième composante, la croissance prépubertaire, serait liée au début de l'activité surrénale mature dans la mi-enfance, et la troisième composante, la croissance pubertaire, serait déterminée par le déclenchement de l'activité gonadique.

Au lieu de considérer la croissance comme étant le résultat d'une simple addition de deux ou trois composantes logistiques, Preece et Baines (1978) ont proposé le modèle exponentiel-logistique multiplicatif suivant :

Preece Baines :

$$y = h_1 - \frac{2(h_1 - h_\theta)}{e^{s_0(t-\theta)} + e^{s_1(t-\theta)}}$$

où $y =$ dimension de la mesure, $t =$ âge, et h_1, h_θ, s_0, s_1, θ sont les paramètres.

Ce modèle contient cinq paramètres dont un est la dimension adulte (h_1). Le paramètre θ localise la poussée de croissance pubertaire le long de l'axe du temps tandis que h_θ est la dimension à l'âge θ. Les paramètres s_0 et s_1 sont des constantes de vitesse, déterminant respectivement la vitesse de croissance prépuberaire et pubertaire. Dans une étude comparative, Hauspie *et al.* (1980) ont ajusté le modèle Preece Baines et la fonction double–logistique à des séries de données longitudinales, chacune composée du même nombre de sujets, mais avec des limites inférieures de l'étendue des données différentes. Ils ont trouvé que le modèle Preece Baines montre des variances résiduelles plus petites que le modèle double-logistique si l'ajustement est fait sur des séries de données audessus d'un an. Le modèle Preece Baines est également plus robuste vis-à-vis des variations de la limite inférieure de l'étendue des données et décrit la poussée de croissance pubertaire de façon plus précise que le modèle double-logistique. L'ajustement des deux modèles est faible quand les séries de données comprennent des observations en-dessous d'un an et sous-estiment généralement le début de la poussée de croissance pubertaire. Les valeurs moyennes des paramètres biologiques dérivés (âge au pic de croissance, vitesse maximale, etc...) diffèrent significativement entre les deux modèles. Le modèle Preece Baines fut appliqué avec succès dans plusieurs études longitudinales (Hauspie *et al.*, 1980; Mirwald *et al.*, 1981; Brown *et al.*, 1982).

CONCLUSIONS

Pratiquement tous les modèles de croissance ont des particularités intéressantes et, en même temps, leurs propres limitations. Le choix d'un modèle plutôt qu'un autre dépend principalement de la nature des données longitudinales qu'on a à sa disposition (étendue des âges, fréquence et intervalle des observations, type de variables, etc...) et du genre de problème à résoudre (simple description ou interprétation du processus de croissance, déduction de conclusions concernant la croissance dans la population, estimation de l'effet de covariables, etc...).

Les modèles structurels fournissent un résumé de l'information contenue dans une série de données longitudinales de croissance, à l'aide d'un nombre limité de constantes (paramètres de la fonction). Ces constantes, ou les paramètres biologiques dérivés, ont la même signification pour tous les individus, possèdent généralement une interprétation "biologique" ou "fonctionnelle", et forment une base pour des analyses des variations de l'allure de la courbe de croissance individuelle. En plus, ces modèles n'exigent pas que les mesures soient prises à des âges bien définis ou à intervalles absolument réguliers. La première dérivée de la fonction fournit une bonne représentation de la courbe de vitesse de croissance instantanée. La stabilité relativement bonne des modèles structurels en fait aussi une technique d'interpolation efficace, permettant d'estimer des valeurs manquantes dans des séries de données de croissance longitudinale, ou, dans une certaine mesure, une technique d'extrapolation (prédiction de la dimension adulte, par exemple). Par contre, par la nature de leur fonction mathématique, les modèles structurels sont le plus souvent limités à un intervalle d'âge limité, et ont parfois le désavantage de ne pas pouvoir décrire certaines caractéristiques de la courbe de croissance. En plus, l'estimation de la courbe de croissance peut être biaisée systématiquement par le fait que certains modèles imposent une forme trop rigide.

L'intérêt majeur des modèles structurels actuels réside essentiellement dans le fait qu'ils résument la croissance d'un individu en un nombre limité de paramètres qui peuvent directement ou indirectement être liés à des caractéristiques typiques de la courbe de croissance, telles que la dimension finale ou l'âge de la vitesse maximale, par exemple. En fait, la justification biologique de ces modèles n'est pas plus que l'expression de la relation qui existe entre la vitesse de croissance et la distance parcourue dans le processus de croissance, une information qui est elle-même obtenue à partir d'observations empiriques.

Bibliographie

BERKEY, C.S., 1982. Comparison of two longitudinal growth models for preschool children. *Biometrics*, **38** : 221–234.

BERKEY, C.S. et REED, R.B., 1987. A model for describing normal and abnormal growth in early childhood. *Human Biology*, **59** : 973–987.

BOCK, R.D., 1986. Unusual growth patterns in the Fels Data. *In* : Demirjian A. (éd.) : *Human growth, a multidisciplinary review*. London, Philadelphia, Taylor and Francis : 69–84.

BOCK, R.D. et THISSEN, D.M., 1980. Statistical problems of fitting individual growth curves. *In* : Johnston F.E., A.F. Roche et C. Susanne (éd.) : *Human physical growth and maturation*. London, New York, Plenum Press : 265–290.

BOCK, R.D., WAINER, H., PETERSEN, A., THISSEN, D., MURRAY, J. et ROCHE, A., 1973. A parameterization for individual human growth curves. *Human Biology*, **45** : 63–80.

BROWN, T. et TOWNSEND, G.C., 1982. Adolescent growth in height of Australian Aboriginals analysed by the Preece-Baines function : a longitudinal study. *Annals of human Biology*, **9** : 495–505.

COUNT, E.W., 1942. A quantitative analysis of growth in certain human skull dimensions. *Human Biology*, **14** : 143–165.

COUNT, E.W., 1943. Growth patterns of the human physique : an approach to kinetic anthropometry. *Human Biology*, **15** : 1–32.

DEMING, J., 1957. Application of the Gompertz curve to the observed pattern of growth in length of 48 individual boys and girls during the adolescent cycle of growth. *Human Biology*, **29** : 83–122.

DEMING, J. et WASHBURN, A.H., 1963. Application of the Jenss curve to the observed pattern of growth during the first eight years of life in forty boys and forty girls. *Human Biology*, **35** : 484–506.

EL LOZY, M., 1978. A critical analysis of the double and triple logistic growth curves. *Annals of human Biology*, **5** : 389–394.

GASSER, T., MÜLLER, G.-H., KÖHLER, W., PRADER, A., LARGO, R. et MOLINARI, L., 1985. An analysis of the mid-growth and adolescent spurts of height based on acceleration. *Annals of human Biology*, **12** : 129–148.

GOLDSTEIN, H., 1979. *The design and analysis of longitudinal studies*. London, Academic Press.

GOLDSTEIN, H., 1984. Current developments in the design and analysis of growth studies. *In* : Borms J., R. Hauspie, A. Sand, C. Susanne et M. Hebbelinck (éd.) : *Human growth and development*. London, New York, Plenum Press : 733–752.

GOLDSTEIN, H., 1986. Efficient statistical modelling of longitudinal data. *Annals of human Biology*, **13** : 129–141.

GOLDSTEIN, H. et CARTER, B., 1970. *Compte rendu de la X^{ème} réunion des équipes chargées des études sur la croissance et le développement de l'enfant normal*. Paris, Centre International de l'Enfance.

HAUSPIE, R., 1981. L'ajustement de modèles mathématiques aux données longitudinales. *Bulletin de la Société royale belge d'Anthropologie et de Préhistoire*, **92** : 157–165.

HAUSPIE, R., 1986. Croissance. *In* : Ferembach D., C. Susanne et M.-C. Chamla (éd.) : *L'homme, son évolution, sa diversité*. Paris, Doin : 359–368.

HAUSPIE, R.C., DAS, S.R., PREECE, M.A. et TANNER, J.M., 1980. A longitudinal study of the growth in height of boys and girls of West Bengal (India) aged six months to 20 years. *Annals of human Biology*, **7** : 429–441.

HAUSPIE, R.C., WACHHOLDER, A., BARON, G., CANTRAINE, F., SUSANNE, C. et GRAFFAR, M., 1980. A comparative study of the fit of four different functions to longitudinal data of growth in height of Belgian girls. *Annals of human Biology*, **7** : 347–358.

JENSS, R.M. et BAYLEY, N., 1937. A mathematical method for studying the growth of a child. *Human Biology*, **9** : 556–563.

LEBRETON, J.D. et MILLIER, C., 1982. *Modèles dynamiques déterministes en biologie*. Paris, Masson.

MANWANI, A.H. et AGARWAL, K.N., 1973. The growth pattern of Indian infants during the first year of life. *Human Biology*, **45** : 341–349.

MARUBINI, E., 1978a. Mathematical handling of long-term data. *In* : Falkner F. et J.M. Tanner (éd.) : *Human growth : principles and prenatal growth*. London, Baillière Tindall, vol. 1 : 209–225.

MARUBINI, E., 1978b. The fitting of longitudinal growth data of man. *In* : Gedda L. et L. Parisi (éds.) : *Auxology : human growth in health and disorder*. London, New York, San Francisco, Academic Press : 123–132.

MARUBINI, E. et MILANI, S., 1986. Approaches to the analysis of longitudinal data. *In* : Falkner F. et J.M. Tanner (éd.) : *Human growth : methodology, ecological, genetic, and nutritional effects* *on growth*. London, New York, Plenum Press, vol. 3 : 79–94.

MARUBINI, E., RESELE, L.F. et BARGHINI, G., 1971. A comparative fit of the Gompertz and logistic functions to longitudinal height data during adolescence in girls. *Human Biology*, **43** : 237–252.

MARUBINI, E., RESELE, L.F., TANNER, J.M. et WHITEHOUSE, R.H., 1972. The fit of the Gompertz and logistic curves to longitudinal data during adolescence on height, sitting height, and biacromial diameter in boys and girls of the Harpenden Growth Study. *Human Biology*, **44** : 511–524.

MERRELL, M., 1931. The relationship of individual growth to average growth. *Human Biology*, **3** : 37–70.

MIRWALD, R.L., BAILEY, D.A., CAMERON, N. et RASMUSSEN, R.L., 1981. A longitudinal comparison of aerobic power in active and inactive boys aged 7.0 to 17.0 years. *Annals of human Biology*, **8** : 405–414.

NAIR, K.R., 1964. The fitting of growth curves. *In* : Kempthorne O. (éd.) : *Statistics and mathematics in biology*. Hafner Publishing Company : 119–132.

NELDER, J.A., 1961. The fitting of a generalization of the logistic curve. *Biometrics*, **17** : 89–110.

NELDER, J.A., 1962. An alternative form of a generalized logistic equation. *Biometrics*, **18** : 614–616.

PREECE, M.A., 1978. Analysis of the human growth curve. *In* : Barltrop D. (éd.) : *Paediatrics and growth : scientific proceedings of the 5th Unigate Workshop*. London, Fellowship of Postgraduate Medicine : 77–86.

PREECE, M.A. et BAINES, M.J., 1978. A new family of mathematical models describing the human growth curve. *Annals of human Biology*, **5** : 1–24.

PREECE, M.A. et HEINRICH, I., 1981. Mathematical modelling of individual growth curves. *British medical Bulletin*, **37** : 247–252.

RICHARDS, F.J., 1959. A flexible growth function for empirical use. *Journal of experimental Botany*, **10** : 290–300.

TANNER, J.M., WHITEHOUSE, R.H., MARUBINI, E. et RESELE, L., 1976. The adolescent growth spurt of boys and girls of the Harpenden Growth Study. *Annals of human Biology*, **3** : 109–126.

THISSEN, D., BOCK, R.D., WAINER, H. et ROCHE, A.F., 1976. Individual growth in stature. A comparison of four growth studies in the U.S.A. *Annals of human Biology*, **3** : 529–542.

VAN DER LINDEN, F.P.G.M., HIRSCHFELD, W.J. et MILLER, R.L., 1970. On the analysis and presentation of longitudinally collected growth data. *Growth*, **34** : 385–400.

VON BERTALANFFY, L., 1941. Stoffwechseltypen und Wachstumstypen. *Biol. Zentralbl.*, **61** : 510–532.

VON BERTALANFFY, L., 1957. Quantitative laws in metabolism and growth. *Quart. Rev. Biol.* : **32** : 217–231.

VON BERTALANFFY, L., 1960. Principles and theory of growth. *In* : Nowinski W.W. (éd.) : *Fundamental aspects of normal and malignant growth*. London, Elsevier : 137–259.

Adresse de l'auteur : Roland HAUSPIE
Nationaal Fonds voor wetenschappelijk Onderzoek
Laboratorium voor Antropogenetica
Vrije Universiteit Brussel
Pleinlaan, 2
B-1050 BRUSSEL (Belgique)